Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение Высшего профессионального образования «Тюменский государственный нефтегазовый университет» (ТюмГНГУ)

На правах рукописи

Crab

### СКАВЫШ СЕРГЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

# РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АВАРИЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕФТИ В СНЕЖНОМ ПОКРОВЕ ВСЛЕДСТВИЕ ПОРЫВА МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА ЗИМОЙ

Специальность: 05.26.03 – «Пожарная и промышленная безопасность (нефтегазовый комплекс)»

# Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель: Д.т.н., профессор Челомбитко С.И.

# Содержание

ВВЕДЕНИЕ5
1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПЛОЩАДИ
НЕФТЯНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПРИ РАЗРЫВЕ МАГИСТРАЛЬНОГО
НЕФТЕПРОВОДА12
1.1. Недостатки существующих методов расчета ореола аварийного
распространения нефти12
1.2. Выводы15
2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕФТЕПРОНИЦАЕМОСТИ
СНЕЖНОГО ПОКРОВА16
2.1. О методике проведения опытов по определению нефтепроницаемости
снежного покрова16
2.2. Результаты опытов по определению нефтепроницаемости снежного
покрова17
2.3. Выводы
3. ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС В ПРОЦЕССЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕФТИ
В ПРЕДЕЛАХ СНЕЖНОГО ПОКРОВА ПО ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ21
3.1 Уравнения массопереноса в пределах «периферийного» участка
3.2. Теплообмен при распространении нефти в снежном покрове в пределах
«периферийного» участка41
3.3. Замыкание систем уравнений тепломассопереноса
3.4. Краевые условия
3.5. Выводы
4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВАРИЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ
НЕФТИ ПО ЕСТЕСТВЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗИМОЙ
4.1. Выбор численного метода для решения систем уравнений
тепломассопереноса
4.2. Численное моделирование одномерного распространения нефти в снеге по
руслу произвольного поперечного профиля

4.3. Численное моделирование центрально-симметричного распространения
нефти в снежном покрове
4.4. Численное моделирование распространения нефти в снеге по естественной
поверхности произвольного профиля69
4.5. Численное моделирование осесимметричного распространения нефти в
снежном покрове по плоской наклонной естественной поверхности74
4.6. Выводы
5. МЕТОДИКА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АВАРИЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ
НЕФТИ В СНЕЖНОМ ПОКРОВЕ ВСЛЕДСТВИЕ ПОРЫВА
МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА ЗИМОЙ77
5.1. Введение
5.2. Условные обозначения используемых в численном расчете величин
5.3. Численный расчет аварийного распространения нефти в снеге по поверхности
земли произвольного профиля80
5.4. Численный расчет аварийного осесимметричного распространения нефти
в снеге по плоской наклонной естественной поверхности
5.5. Численный расчет центрально-симметричного аварийного распространения
нефти в снежном покрове
5.6. Численный расчет одномерного аварийного распространения нефти в
снежном покрове
5.7. Пример численного расчета центрально-симметричного аварийного
распространения ньютоновской нефти в снежном покрове
5.8. Выводы
ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ
Приложение 1
Приложение 2107
Приложение 3108
Приложение 4109
Приложение 5110 – 111

Приложение 6	112 – 113
Приложение 7	
Приложение 8	116 – 117
Приложение 9	
Приложение 10	
Приложение 11	
Приложение 12	
Приложение 13	
Приложение 14	127 – 129

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В процессе эксплуатации магистральных нефтепроводов неизбежно по разным причинам [51] в стенках трубопроводов возникают сквозные повреждения, приводящие к аварийным утечкам нефти, в результате чего происходит загрязнение окружающей среды. Наиболее серьезный ущерб природе наносится в тех случаях, когда происходит гильотинный разрыв магистрального нефтепровода (МН) вблизи важного охранного объекта (реки, озера), в особенности, если разлившаяся нефть попадает в водоем, ведь последствия от такого загрязнения водоема могут сказываться до 20 и более лет [12].

Оценка объема вытекшей нефти вследствие возможного повреждения МН, а также ореола её распространения необходимы при разработке декларации промышленной безопасности, планов ликвидации аварий, при страховании риска ответственности за причинение вреда при эксплуатации магистральных нефтепроводов, а также при расследовании причин произошедших аварий.

Несмотря на применение различной диагностической аппаратуры и своевременное проведение ремонтно-профилактических работ, гарантировать безаварийную эксплуатацию магистральных нефтепроводов практически невозможно. Так, согласно данным Ростехнадзора [19, 20, 21, 22, 23, 24], в таблице 1.1 представлена информация по количеству аварий на магистральных нефтепроводах с 2004 по 2012 годы. При этом установлено [50], что больше половины (75 %) всех утечек на магистральных трубопроводах происходит по причине внешних воздействий (антропогенный фактор) и в первую очередь из-за несанкционированных врезок в магистральные нефтепроводы (69,1%).

Таблица 1.1 – Количество аварий на магистральных нефтепроводах

Год	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Количество	19	13	18	13	5	9	1	2	5
аварий									

за 2004 – 2012 годы

Известно, что в настоящее время значительная часть действующей системы магистральных нефтепроводов уже выработала свой нормативный ресурс. Например, таким магистральным нефтепроводам, как Усть-Балык – Омск, Усть-Балык – Курган – Уфа – Альметьевск уже более 40 лет [35]. Если учесть тот факт, что аварийные утечки нередко случаются и вследствие внешней или внутренней коррозии металла труб [13], а срок службы наружного изоляционного покрытия составляет 15-20 лет в лучшем случае, то в ближайшие годы не исключено увеличение количества аварий на линейной части магистральных нефтепроводов, эксплуатируемых уже много лет.

Эффективность трубопроводного транспорта нефти существенно снижают материальные затраты, неизбежные при авариях, на ремонт трубы и рекультивацию загрязненной территории, а также издержки, связанные с простоем нефтепровода. Вдобавок со стороны государственных органов эксплуатирующие трубопроводные организации за случившиеся потери ценного углеводородного сырья и загрязнение окружающей среды подвергаются штрафным санкциям. В последнее время происходит ужесточение требований (законодательно закрепленных соответствующими федеральными нормами, правилами и иными документами) в области промышленной безопасности опасных производственных объектов (ОПО), к которым относят и магистральные нефтепроводы. Так, для обеспечения промышленной безопасности и повышения её уровня трубопроводные организации, согласно действующим регулирующим нормативным актам и прочим документам, обязаны не только организовывать мероприятия по предупреждению аварий, но и в случае возникновения последних должны своевременно локализовать и ликвидировать их возможные последствия. При этом оценка последствий предполагаемых аварийных разливов нефти необходима при обязательной разработке декларации промышленной безопасности ОПО магистральных нефтепроводов, разработке проектной документации и планов по ликвидации разливов нефти и нефтепродуктов, также оценка проводится с целью обоснования условий обязательного страхования ответственности владельца магистральных трубопроводов в случае аварии.

6

Поэтому особую актуальность приобретают проблемы прогнозирования последствий от возможных разрывов на линейной части магистральных нефтепроводов вблизи важных охранных объектов. Прогнозирование позволяет оценить масштабы загрязнения местности за заданный промежуток времени, предпринять определенные действия по ограничению распространения нефтяного пятна и спланировать аварийно-восстановительные мероприятия, которые подробно изложены в ведомственных нормативных документах ОАО «АК «Транснефть» [67, 69, 70, 71, 72]. С этой целью в инженерной практике используются различные численные модели и эмпирические зависимости для наиболее характерных аварийных ситуаций. Для оценки аварийных разливов нефти по дневной поверхности при отсутствии снежного покрова разработаны различные математические модели, однако они не учитывают влияния снежного покрова на процесс движения нефти. Как известно, значительная часть магистральных нефтепроводов проложена в северных регионах страны, где снежный покров присутствует полгода и более, а аварии происходят в любое время года, поэтому эксплуатирующие трубопроводные организации должны иметь возможность осуществлять численный прогноз аварийного распространения нефти и в случае сквозного повреждения стенки МН зимой, когда наличие снежного покрова и температурное воздействие окружающей среды существенно влияют на динамику распространения жидкости по поверхности земли. Исследования аварийных разливов нефти в зимнее время проводились для статических условий (когда нефтяное пятно уже сформировалось) с целью определения объема разлитой нефти зимой по результатам обследования загрязненной территории. Для оценки возможной площади нефтяного загрязнения в зимнее время в реальных (динамических) условиях необходимо использование моделей, учитывающих влияние снежного покрова на процесс аварийного распространения нефти. Как известно, нефти Западной Сибири, транспортируемые по магистральным нефтепроводам, являются малопарафинистыми, малосмолистыми, малосернистыми и относятся к классу ньютоновских.

На основании выше изложенного была сформулирована следующая цель работы:

Для возможности количественной оценки ореола аварийного растекания нефти из-за разрыва МН зимой провести опытные и теоретические исследования, касающиеся процесса распространения нефти по поверхности земли при наличии снежного покрова.

Для достижения данной цели были поставлены следующие основные задачи исследования:

1. Осуществить математическое моделирование процесса аварийного движения ньютоновской нефти в снежном покрове по естественной поверхности земли с учетом физико-механических свойств нефти, снега, рельефа местности и теплообмена нефти с окружающей средой.

2. Для возможности выполнения прогнозных расчетов по аварийному распространению разлитой нефти вследствие разрыва МН зимой разработать численные модели для наиболее распространенных случаев движения нефти по поверхности земли.

3. Подтвердить адекватность полученной математической модели аварийного распространения нефти в снежном покрове, для чего выполнить серию экспериментов по фильтрации модельной жидкости в снежном покрове и провести сравнительный анализ.

4. На основе результатов проведенных исследований разработать инженерную методику, позволяющую осуществлять прогнозирование площади загрязнения территории за определенный промежуток времени, для возможности предпринимать конкретные действия по ограничению распространения нефтяного пятна и более эффективного планирования аварийно-восстановительных мероприятий с целью минимизации экологического и других видов ущерба в случае разрыва МН в зимнее время.

**Объектом исследования** работы являются последствия аварий на линейной части магистральных нефтепроводов, **предметом исследования** – оценка последствий от возможных разрывов на линейной части магистральных нефтепроводов зимой. Результаты проведенных исследований обладают следующей научной новизной:

1. Получена математическая модель процесса аварийного распространения ньютоновской нефти по естественной поверхности земли, покрытой снегом, учитывающая плотность и коэффициенты кинематической вязкости, теплопроводности нефти, её удельную теплоемкость, проницаемость и пористость снежного покрова, теплообмен между растекающейся нефтью и окружающей средой (мерзлым грунтом, снежным покровом), а также рельеф местности.

2. С целью практического применения математической модели тепломассопереноса разработаны численные модели для следующих встречающихся в практике эксплуатации магистральных нефтепроводов видов движения нефти:

- одномерного движения нефти по руслу оврага (балки, бывшего ручья и т.п.) произвольного поперечного профиля;

- центрально-симметричного распространения нефти, когда поверхность земли вокруг разрыва МН близка к горизонтальной;

 движения нефти по естественной поверхности земли произвольного профиля, когда детально известен профиль земной поверхности на аварийном участке трассы;

- для осесимметричного распространения нефти по «плоской» наклонной естественной поверхности, когда поверхность аварийного участка близка к плоской и имеет известный уклон.

3. Для возможности проведения численных экспериментов по движению ньютоновской нефти в снежном покрове впервые были проведены опыты по нефтепроницаемости снега. Было установлено, что при проведении прогнозных расчетов коэффициент нефтепроницаемости снега можно принимать равным коэффициенту его водопроницаемости, при этом погрешность не будет превышать 5%.

Представленные в работе исследования имеют следующую **практическую** ценность:

На основе результатов проведенных исследований разработана инженерная методика, благодаря которой можно осуществлять как предварительные (на ста-

9

дии проектирования, при разработке декларации промышленной безопасности, разработке планов по ликвидации аварийных разливов нефти и нефтепродуктов, для подтверждения условий обязательного страхования гражданской ответственности эксплуатирующей трубопроводной организации, для определении критериев количественной оценки возможного ущерба вследствие разлива нефти), так и численные прогнозы возможного аварийного распространения ньютоновской нефти при случившихся разрывах магистральных нефтепроводов зимой. Кроме того, это позволяет оценить площадь загрязненной территории к моменту прибытия аварийно-восстановительной бригады на аварийный участок трассы, определить время, в течение которого внешний контур нефтяного пятна приблизится к границе определенного охранного объекта, на основании чего произвести расчет необходимых сил и средств и более качественно спланировать мероприятия по локализации и ликвидации разливов продукта с целью снижения ущерба окружающей природной среде и минимизации затрат на проведение аварийновосстановительных работ.

Результаты диссертационной работы используются в практической деятельности ООО «НИИ новые технологии», что подтверждается соответствующим актом о внедрении (см. Приложение 1).

Тема диссертации соответствует паспорту специальности 05.26.03 – Пожарная и промышленная безопасность (нефтегазовый комплекс) (технические науки), а именно пункту 9 «Исследование процессов протекания аварий, условий их каскадного и катастрофического развития, разработка методов оценки различных воздействий, проявляющихся в процессе развития аварий на нефтегазовых объектах».

#### На защиту выносятся следующие положения:

1. Математическая модель процесса распространения ньютоновской нефти по естественной поверхности в случае разрыва МН зимой, а также её частные случаи для наиболее типичных (встречающихся в практике эксплуатации магистральных нефтепроводов) видов аварийного движения нефти по поверхности земли, покрытой снегом.

2. Результаты экспериментов по исследованию нефтепроницаемости снежного покрова с целью их дальнейшего использования при численном моделировании распространения нефти по естественной поверхности в случае разрыва МН в зимнее время.

Основные положения диссертационной работы обсуждались и докладывались на:

- всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы трубопроводного транспорта Западной Сибири 2012», Тюмень, ТюмГНГУ, 2012 г;

- всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Проблемы функционирования систем транспорта», Тюмень, ТюмГНГУ, 2012 г;

- всероссийской заочной научно-практической конференции «Устойчивое развитие: вопросы экономики, права, экологии, социологии, образования, управления проектами», Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский институт проектного менеджмента, 2013 г;

- семинаре кафедры «Машины и оборудование нефтяной и газовой промышленности», ТюмГНГУ, 2013 г.

По теме диссертационной работы всего было опубликовано 7 печатных работ, в том числе четыре статьи в изданиях, рекомендованных ВАК России.

# 1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПЛОЩАДИ НЕФТЯНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПРИ РАЗРЫВЕ МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА

Исследованиями проблем прогнозирования аварийного распространения нефти по дневной поверхности вследствие разрыва стенки МН занимались отечественные и зарубежные ученые: Бахтизин Р.Н., Бородавкин П.П., Гумеров А.Г., Джарджиманов А.С., Ким Б.И., Козлитин А.М., Козлитин П.А., Козлов М.А., Кутуков С.Е., Ларионов В.И., Попов А.И., Челомбитко С.И., Шумайлов А.С., Маккей Д., Мохтади М., Райсбек Ж. и многие другие. Данными авторами предложено множество аналитических и эмпирических зависимостей, математических моделей, но по ряду причин, пригодных лишь для весьма приближенных оценок ореола нефтяного загрязнения при сквозном повреждении стенки МН зимой, когда земля покрыта снежным покровом.

# 1.1. Недостатки существующих методов расчета ореола аварийного распространения нефти

Для прогнозирования возможной площади нефтяного загрязнения при разрыве МН в отечественных [13, 104] и иностранных [108, 109] изданиях рекомендуется использовать эмпирические зависимости, предложенные зарубежными учеными Маккеем Д., Мохтади М. и Райсбеком Ж.:

$$S = 53,5V_H^{0,89},\tag{1.1}$$

$$S = (cg\pi^{0,5})^{0,4} \nu^{-0,4} Q^{0,8} t^{0,5}, \qquad (1.2)$$

где

S – площадь нефтяного пятна;

 $V_H$  – объем разлившейся нефти;

 $\pi$  – математическая константа (число Пи);

*g* – ускорение свободного падения;

с – эмпирическая постоянная;

*v* – коэффициент кинематической вязкости нефти;

Q – расход утечки;

*t* – время истечения нефти из тела трубопровода.

Приведенную выше зависимость (1.2) невозможно применить на практике без проведения специальных опытов по определению константы *c*. Общим же недостатком формул (1.1) и (1.2) является неучитывание ни особенностей рельефа местности вокруг места разрыва, ни взаимодействия движущегося потока с окружающей средой (теплообмена между ней и вытекшей жидкостью, потерь от испарения и инфильтрации, наличия снежного покрова зимой, шероховатости дневной поверхности и т. п.).

Бородавкин П.П. и Ким Б.И. для описания процесса аварийного растекания нефти предлагают использовать следующую математическую модель [13]:

$$h\frac{\partial s}{\partial t} = Q(t) - q_f(t), \qquad (1.3)$$

где

*h* – принимаемая постоянной толщина нефтяного слоя;

*s* – площадь нефтяного пятна;

t – время;

Q(t) – объемный расход утечки;

 $q_f(t)$  – объемный расход нефти от инфильтрации.

Кутуков С.Е и Бахтизин Р.Н. для осуществления прогнозирования возможного аварийного движения нефти по дневной поверхности в работах [41, 42] предлагают использовать уравнение следующего вида:

$$\rho \frac{\partial \upsilon}{\partial x} dx + \frac{\partial h}{\partial t} n_e \rho_\Gamma + q = 0, \qquad (1.4)$$

где

 $\rho$  – плотность нефти;

*v* – скорость течения нефти по направлению линии кратчайшего спуска;

*х* – координатная линия кратчайшего спуска;

*h* – глубина проникновения нефти в грунт;

*t* – время;

 $n_e$  – нефтеемкость грунта;

 $\rho_{\Gamma}$  – плотность грунта;

*q* – удельный выброс углеводородов в атмосферу.

Уравнения (1.3) и (1.4), как и приведенные выше эмпирические модели (1.1) и (1.2), имеют аналогичные недостатки. По тем же причинам эмпирические зависимости, представленные в работе [2], а также уравнения, предложенные Козлитиным А.М., Поповым А.И. и Козлитиным П.А. в [30], и разнообразные математические модели, предложенные другими исследователями, позволяют лишь весьма приближенно оценивать ореол нефтяного загрязнения в случае разрыва МН зимой, когда земля покрыта снежным покровом.

Изучением процесса аварийного распространения нефти по дневной поверхности при отсутствии снежного покрова занимался Челомбитко С.И. Предложенные им математические модели в [100] позволяют за заданный промежуток времени определять возможную площадь нефтяного загрязнения и величины потерь углеводородного сырья от испарения в атмосферу и инфильтрации в грунт с учетом рельефа местности, вязкости нефти, влияния шероховатости и теплообмена нефти с окружающей средой. Но данные исследования не учитывают влияния снежного покрова, а поэтому дают возможность лишь приближенно оценивать ореол аварийного распространения нефти зимой. Козлов М.А., аналогично занимавшийся изучением данной проблемы, предложил в [32] свою методику прогнозирования масштабов нефтяного загрязнения, но в которой не учитываются ни вязкость нефти, ни её теплообмен с окружающей средой, ни наличие снежного покрова зимой. Немалый вклад в исследование проблем прогнозирования аварийных растечений нефти по поверхности земли внес Ларионов В.И. [44, 45, 46, 47, 48]. Предложенная им математическая модель учитывает испарение продукта в атмосферу, его фильтрацию в грунт, рельеф местности, вязкость продукта и влияние шероховатости при аварийном растекании нефти. Но в методе Ларионова В.И. не рассматривается теплообмен продукта с окружающей средой и наличие снежного покрова, а потому результаты количественной оценки масштабов нефтяного загрязнения с помощью данной математической модели будут только ориентировочными.

Проведенные Антипьевым В.Н., Богачевым Н.П., Терентьевым В.Л. и Челомбитко С.И. исследования для «зимних» условий аварийных утечек нефти (когда присутствует снежный покров) предполагают оценку количества разлитой нефти на основе результатов обследования характерных участков загрязненной местности [3, 12, 84, 85, 86, 87, 102]. Поэтому также не позволяют осуществлять прогнозные расчеты по возможному распространению нефти зимой в реальных (динамических) условиях с учетом теплообмена нефти с окружающей средой.

Действующие нормативные документы [66, 67, 69, 70, 71, 72 и др.] не позволяют осуществлять прогноз аварийного распространения нефти, а лишь регламентируют порядок организации, планирования и проведения аварийновосстановительных мероприятий по ликвидации последствий аварий на магистральных нефтепроводах.

#### 1.2. Выводы

Таким образом, на основании проведенного анализа различных существующих методов расчета возможного ореола нефтяного загрязнения вследствие разрыва МН были сформулированы цель и основные задачи исследований, направленных на разработку методики прогнозирования аварийного распространения ньютоновской нефти по естественной поверхности земли зимой, когда наличие снежного покрова существенно влияет на динамику растечения нефти.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕФТЕПРОНИЦАЕМОСТИ СНЕЖНОГО ПОКРОВА

Как показывает практика, в зимнее время распространение нефти по дневной поверхности на большей ее части происходит как фильтрация в пористой (снежной) среде. Известно, что для математического моделирования фильтрации флюида в пористой среде необходимо знание, прежде всего, основных физических параметров данной среды: коэффициентов пористости и проницаемости. Различные аспекты процесса фильтрации воды в снежном покрове изучались в разных странах мира на протяжении более полувека и достаточно обстоятельно описаны в соответствующих публикациях [26, 43, 110], в то же время результатов исследований процесса фильтрации нефтей в снегу не обнаружено. Известно, что качественно фильтрация в пористых средах происходит аналогично для любых ньютоновских жидкостей. Снежный покров обладает существенным отличием от других пористых сред и, прежде всего, разнообразием форм и размеров слагающих его фракций, что существенно влияет на характерные параметры поровых каналов. Поэтому для возможности применения результатов исследований по фильтрации воды в снегу для математического моделирования процесса распространения нефти в снежном покрове были проведены экспериментальные исследования, позволяющие оценить проницаемости одинаковых образцов снега для нефти и воды.

## 2.1. О методике проведения опытов по определению нефтепроницаемости снежного покрова

Рекомендации по отбору образцов снега [38, 40, 59], а также изложенные в работе [91] методические указания по проведению экспериментов с образцами крупнодисперсных грунтов были положены в основу выполнения данных опытов.

Для проведения экспериментов по оценке водо-и нефтепроницаемости снежного покрова отбор его образцов необходимо было осуществлять в следующем порядке. Сперва по внешним признакам выбирался однородный в плане массив снежного покрова. В нем для проведения опытов до поверхности земли выкапывалась «траншея», с одной стороны которой верхний слой снега (толщиной от 10 см и шириной 30 – 40 см) убирался и сбоку осуществлялся осмотр слоя снега, подготовленного таким способом. Набор снега в прямоугольный лоток, который использовался при проведении экспериментов, производился с учетом рекомендаций по отбору образцов снега для исследования его физико-механических свойств. Лоток (открытый сверху и спереди) горизонтально на всю свою длину вставлялся открытой передней стороной в снег таким образом, чтобы верх лотка был не ниже поверхности слоя снега, подготовленного для отбора. В результате лоток оказывался заполненным снегом без разрушения исходной структуры последнего. Согласно соответствующим рекомендациям, одинаковые образцы отбирались друг от друга на расстоянии 0,2 – 0,5 м вдоль «траншеи» из одного слоя снега.

Опыты по изучению нефтепроницаемости снежного покрова проводились зимой в два этапа. Для определения необходимого числа параллельных измерений сперва была проведена предварительная серия экспериментов. А после отбирались образцы снега разной плотности и проводились опыты по сравнению его водо-и нефтепроницаемости в течение периода времени, когда земля была покрыта устойчивым снежным покровом.

### 2.2. Результаты опытов по определению нефтепроницаемости снежного покрова

Все опыты по определению коэффициента проницаемости проводились в изотермических условиях, при одинаковой (близкой) температуре жидкости и образца снега. В ходе экспериментов использовался горизонтально расположенный прямоугольный лоток, шириной 0,15 м, позволяющий осуществлять безнапорную одномерную фильтрацию жидкости в каждом образце снега (см. Приложение 2). В качестве модельной жидкости использовалось зимнее дизельное топливо.

Для нахождения коэффициента проницаемости в качестве расчетной использовалась формула Дюпюи следующего вида [25]:

$$k_n = \frac{2Q v l}{bg(h_1^2 - h_2^2)},$$
(2.1)

где

 $k_n$  – коэффициент проницаемости пористой среды, м<sup>2</sup>;

Q – расход испытуемой жидкости через пористый массив, м<sup>3</sup>/с;

*v* – коэффициент кинематической вязкости жидкости, м<sup>2</sup>/с;

g – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;

*l* – длина образца, м;

*b* – ширина образца, м;

 $h_{1}$  – высота фильтрационного потока в начале образца, м;

 $h_2$  – высота фильтрационного потока в конце образца, м.

Для определения необходимого числа параллельных измерений, которое следовало выполнять при опытном сравнении водо-и нефтепроницаемости снега, было проведено по 10 предварительных экспериментов по определению коэффициентов проницаемости одинаковых образцов снега малой плотности для воды и модельной жидкости (результаты предварительных опытов приведены в Приложении 3). Число параллельных измерений на основании полученных данных было рассчитано по следующей общеизвестной формуле [7]:

$$\overline{n} = \frac{\overline{S}^2 t_{0,95,\overline{m}-1}^2 (1 + \frac{1}{2\overline{m}} \pm \frac{2}{\sqrt{2\overline{m}}})}{I_{0,95}^2},$$
(2.2)

где

*n* – число параллельных измерений;

 $\overline{S}$  – среднеквадратическое отклонение;

 $t_{0,95,\overline{m}-1}$  – значение коэффициента Стьюдента при числе предварительных измерений  $\overline{m}$  для вероятности 0,95;

*I*<sub>0,95</sub> – доверительный интервал, на величину которого истинное значение с вероятностью 0,95 может отличаться от среднего арифметического.

В результате вычисления по формуле (2.2) и округления до целых чисел было получено следующее значение *n* :

$$\overline{n} = 2 \pm 1$$
.

Таким образом, предварительная серия опытов по фильтрации воды и дизельного топлива и последующая обработка полученных результатов показали, что требуется параллельно проводить по 2 опыта. Аналогичные результаты были получены и при опытном изучении других физико-механических свойств снега: полной влаго-и нефтеемкости снега в [87, 88], плотности и влажности снега в [36, 39, 60, 82].

Основные эксперименты проводились для 7 различных образцов снега с плотностью от 181 кг/м<sup>3</sup> до 372 кг/м<sup>3</sup>. Для каждого образца проводилось по 5 опытов, которые отличались друг от друга разными вязкостями (температурами) дизельного топлива, при этом выполнялось по два параллельных измерения. Результаты основных опытов, осредненные по двум измерениям, в виде отношения коэффициента водопроницаемости к коэффициенту нефтепроницаемости одина-ковых образцов снега представлены на рисунке 2.1 [96].



Рисунок 2.1 – Сравнение водо-и нефтепроницаемости снега *k*<sub>B</sub> и *k*<sub>H</sub> – коэффициенты проницаемости одинаковых образцов снега для воды и для дизельного топлива соответственно, осредненные по двум параллельным измерениям

Как видно из рисунка 2.1, коэффициент проницаемости снега для модельной жидкости (ньютоновской нефти) близок к коэффициенту его проницаемости для воды. Для возможности использования значения коэффициента водопроницаемости снега в качестве значения коэффициента проницаемости для ньютоновских нефтей была вычислена погрешность  $\varepsilon$  по формуле из [5]:

$$\varepsilon = \pm \frac{1,96 \cdot \overline{S}}{\sqrt{\overline{n}}}.$$
(2.3)

В итоге было установлено, что  $\varepsilon = \pm 4,67\%$  [96]. Таким образом, для инженерных расчетов коэффициент нефтепроницаемости снега можно принимать равной коэффициенту его водопроницаемости.

#### 2.3. Выводы

Для проведения численных экспериментов по движению ньютоновской нефти по поверхности земли, покрытой снегом, можно использовать:

- опытные значения коэффициента проницаемости снега, найденные при фильтрации воды, при этом погрешность не превышает 5%;

- известные эмпирические формулы для вычисления коэффициента проницаемости снега в зависимости от его физико-механических свойств (плотности, размеров частиц и т.д.), полученные при фильтрации воды.

# 3. ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС В ПРОЦЕССЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕФТИ В ПРЕДЕЛАХ СНЕЖНОГО ПОКРОВА ПО ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

При аварийном разливе нефти в случае сквозного повреждения стенки МН зимой, когда земля покрыта снежным покровом, загрязненная территория условно может быть разделена на два характерных участка. Первый («внутренний») участок – вокруг места утечки, где вследствие теплообмена бурно вытекающей «теплой» нефти происходит разрушение и таяние снега, и нефть, имея открытую поверхность, находится на данном участке вместе с образовавшейся водой [87]. За пределами «внутреннего» участка находится («периферийный»). На данном загрязненном участке вытекшая и остывшая нефть движется в пределах снежного покрова, при этом таяния снега не происходит [87]. Характерной особенностью этого загрязненного участка является неизменная толщина снежного покрова, и процесс движения нефти можно рассматривать как безнапорную фильтрацию с теплоотдачей в окружающую среду (снежный покров, дневную поверхность).

Известно, что фильтрация ньютоновской жидкости при определенных условиях может удовлетворять закону Дарси. В теории движения грунтовых вод, а также в гидрологии для движения талых вод в снеге в общем случае предлагается использовать дифференциальные динамические уравнения фильтрации, учитывающие нестационарность потока, то есть в них присутствует локальная производная по времени (инерционными конвективными членами пренебрегают как малыми величинами). Недостатком упомянутых дифференциальных динамических уравнений в частных производных является то, что они записаны в неконсервативной (конвергентной) форме. Дело в том, что разностные соотношения, полученные на основе дифференциальных уравнений в консервативной (дивергентной) форме записи, автоматически гарантируют на приближенном решении точное выполнение законов сохранения, тогда как разностные схемы, разработанные на основе уравнений в неконсервативной форме записи, выполняют только приближенно законы сохранения – в рамках аппроксимации [14, 25, 73, 74]. Например, при численном решении уравнений в приближении «мелкой» воды в дивергентной форме записи при верно заданном объемном расходе другие параметры на границе потока (даже если их значения отличаются от истинных) никак не влияют на конечный результат [100]. В печати дифференциальных динамических уравнений нестационарной безнапорной фильтрации жидкости в пористой среде в консервативной форме записи не найдено. Из-за значительной протяженности трассы и труднопреодолимой наземной техникой местности к моменту прибытия аварийно-восстановительной бригады масштабы распространения вытекшей нефти могут быть весьма существенными. В таком случае неточное соблюдение законов сохранения при численном решении уравнений в конвергентной форме записи может привести в итоге к неадекватным конечным результатам расчета, которые могут в разы отличаться от истинных значений. Поэтому математическая модель, которая бы описывала процесс распространения нефти в снеге при разрыве МН зимой, должна представлять собой систему дифференциальных уравнений в частных производных в консервативной форме записи.

#### 3.1 Уравнения массопереноса в пределах «периферийного» участка

Как правило, нефти Западной Сибири являются малопарафинистыми, малосмолистыми и малосернистыми. Поэтому при математическом моделировании будем считать нефть как однородную ньютоновскую жидкость и рассматривать только те случаи, когда разлившийся продукт сохраняет свои ньютоновские свойства, несмотря на теплообмен с окружающей средой. Для описания процесса безнапорного движения однородной жидкости в пористой среде введем ряд следующих предположений [10, 49, 62, 63, 77, 92]:

 Жидкость (нефть) рассматривается как несжимаемая с постоянной плотностью *ρ*;

2) Толщина снежного покрова намного меньше площади растечения нефти;

3) Подстилающая поверхность или «нефтеупор» (естественная поверхность мерзлого грунта) не имеет изломов и разрывов, задающая её известная функция

22

 $h_0(x,y)$  – отметка дна – является достаточно гладкой функцией своих аргументов и равна расстоянию  $h_0$  от естественной поверхности земли до плоскости отсчета z=0 (рисунок 3.1);

4) Свободная поверхность жидкости (нефти) H=H(x,y,t) плавно изменяется с изменением координат *x*, *y* (рисунок 3.1);

5) Нефть нигде не выходит на поверхность снежного покрова, причем на свободной поверхности жидкости давление будем считать постоянным, например, равным атмосферному, то есть избыточное давление равным нулю;

6) Пористая среда (снежный покров) принимается однородной и изотропной, то есть её физико-механические свойства не зависят от аргументов *x*, *y*, *z*.



Рисунок 3.1 – Схема неустановившейся безнапорной фильтрации ньютоновской жидкости в пористой среде

Поскольку в рассматриваемом процессе давления, способные заметно изменять плотность жидкости, достигаться не могут, то первое предположение вполне естественно. Незначительным влиянием процесса теплообмена на плотность нефти также будем пренебрегать. Второе предположение («тонкий пласт») подразумевает, что распространение жидкости является двумерным, то есть плоским и все его характеристики от координаты z не зависят, а сам поток является осредненным по высоте. В соответствии с шестым предположением пористость снега m и коэффициент проницаемости  $k_n$  принимаются постоянными величинами, не зависящими от аргументов x,y,z. Вместе с тем предположения 1 – 6 вовсе не искажают сути процесса, потому что в подавляющем большинстве реальных ситуаций они выполняются (например, безнапорная фильтрация грунтовых вод) [92].

В данном случае фильтрация является неустановившейся безнапорной, значит, нашей математической модели полностью соответствует следующее уравнение неразрывности, называемое иногда уравнением Буссинеска [9, 49, 92]:

$$m\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\omega_x}{\partial x} + \frac{\partial h\omega_y}{\partial y} = 0, \qquad (3.1)$$

где

m – пористость (снежного покрова);

*h* – глубина фильтрационного потока, м;

*t* – время, с;

*x*,*y* – оси прямоугольной системы координат на горизонтальной плоскости (или наклонной в случае осесимметричного движения);

 $\omega_x$ ,  $\omega_y$  – осредненные по толщине фильтрационного потока компоненты скорости фильтрации соответственно вдоль осей *x*, *y*, м/с.

Уравнение неразрывности (3.1) имеет три неизвестных величины –  $h, \omega_x, \omega_y$ .

Следовательно, для замыкания модели требуется в дополнение к уравнению неразрывности (Буссинеска) получить динамическое определение природы течения [57]. А также для замыкания уравнений массопереноса необходимо наличие уравнения сохранения энергии, так как в общем случае процесс неизотермический.

В наиболее фундаментальном виде динамическое уравнение движения жидкости записывается как равенство скорости изменения количества движения

некоторого рассматриваемого объема жидкости и суммы всех сил, действующих на этот объем жидкости [15, 25]:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V} \rho \upsilon dV = \int_{V} \rho f \, dV + \int_{A} p_n dA, \qquad (3.2)$$

где

*V* – выделенный в пространстве контрольный объем жидкости, ограниченный контрольной поверхностью *A*, м<sup>3</sup>;

dV – бесконечно малый элементарный объем, м<sup>3</sup>;

dA – бесконечно малая элементарная площадка, м<sup>2</sup>;

 $\frac{D}{Dt}$  – субстанциональная производная по времени [10, 11], с<sup>-1</sup>;

v – скорость потока, м/с;

 $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;

*f* – плотность распределения внешних массовых сил, иногда называется напряжением массовой силы [11, 25], м/с<sup>2</sup> (Н/кг);

*p<sub>n</sub>* – плотность распределения поверхностной силы, иногда называется напряжением поверхностной силы [11, 25], Па (Н/м<sup>2</sup>).

Количество движения и силы – это векторы, поэтому уравнение, отражающее этот закон, является векторным, ему в нашем случае соответствует система из двух скалярных уравнений, связывающих проекции векторов на координатные оси *x*, *y*:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V}\rho\upsilon_{x}dV = \int_{V}\rho f_{x}dV + \int_{A}p_{nx}dA,$$
(3.3)

$$\frac{D}{Dt}\int_{V}\rho\upsilon_{y}dV = \int_{V}\rho f_{y}dV + \int_{A}p_{ny}dA,$$
(3.4)

где

 $f_x$  и  $f_y$  – проекции напряжения массовой силы на оси *x* и *y* соответственно, м/с<sup>2</sup>;  $p_{nx}$  и  $p_{ny}$  – проекции напряжения поверхностной силы на оси *x* и *y* соответственно, Па.

Запишем общеизвестное соотношение, выражающее связь вектора  $\omega$  скорости фильтрации жидкости с вектором v средней скорости частицы жидкости в порах пористой среды [93]:

$$\omega = mv, \tag{3.5}$$

С учетом соотношения (3.5) и того, что в реальном фильтрационном потоке жидкость заполняет не всё пространство единичного объема, а лишь его часть, равную m, левая часть равенства (3.2) примет следующий вид для фильтрационного потока:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V}\rho \upsilon m dV = \frac{D}{Dt}\int_{V}\rho \frac{\omega}{m}m dV = \frac{D}{Dt}\int_{V}\rho \omega dV, \qquad (3.6)$$

Тем самым был осуществлен переход от реального фильтрационного потока к фиктивному. В реальном фильтрационном потоке жидкость движется в поровых каналах, причем ее действительная скорость отличается от скорости фильтрации. В воображаемом фильтрационном потоке жидкость сплошь заполняет всё пространство (занятое в реальном потоке и жидкостью, и пористой средой), но движется со скоростью, отличающейся от действительной и равной скорости фильтрации  $\omega$ . В единице объема такого воображаемого фильтрационного потока массу жидкости следует считать равной её плотности  $\rho$ ; в единице же объема реального фильтрационного потока масса жидкости равна *тр*, где *т* – величина пористости [105, 106].

Теперь рассмотрим правую часть равенства (3.2). Преобразуем её, используя теорему Остроградского – Гаусса [25]:

$$\int_{V} \rho f dV + \int_{A} p_n dA = \int_{V} (\rho f + Div\Pi) dV, \qquad (3.7)$$

где

П – тензор давлений или напряжений [25, 90], Па.

Приравняв соотношения (3.6) и (3.7), получим общий вид «уравнения движения» для фильтрационного потока:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V}\rho\omega dV = \int_{V}(\rho f + Div\Pi)dV, \qquad (3.8)$$

Теперь более подробно рассмотрим правую часть равенства (3.8). Учтем влияние всех сил, действующих на нефть, движущуюся в снежной пористой среде, анализируя научную литературу по теории фильтрации различных авторов [62, 63, 92, 105, 106]:

1. Массовая сила тяжести. Данная сила, отнесенная к единице объема, называется удельным весом и равна *ρg*;

2. Массовая сила сопротивления движению жидкости в пористой среде.

Данная сила, отнесенная к единице объема, равна  $\frac{\mu\omega}{k_n}$ ,

где

 $\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с;

3. Поверхностные силы давления. Данные силы, отнесенные к единице объема, будут равны *gradP*,

где

Р – давление жидкости, Па.

Если перечисленные выше силы, действующие на единичный объем фильтрационного потока, спроектировать на оси *x* и *y*, то соответственно получим:

1. Массовая сила тяжести имеет нулевые проекции на горизонтальные оси *x* и *y*;

2. Отнесенные к единице объема составляющие массовой силы сопротивле-

ния движению жидкости в пористой среде:  $\frac{\mu\omega_x}{k_n}$ ,  $\frac{\mu\omega_y}{k_n}$ ,

где

 $\omega_x$  и  $\omega_y$  – компоненты скорости фильтрации, м/с;

3. Отнесенные к единице объема составляющие поверхностных сил давления:  $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}.$ 

Запишем правую часть соотношения (3.8) в скалярной форме в проекциях на оси *x* и *y*:

$$\int_{V} (\rho f_{x} + \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{x}}) dV = -(\frac{\mu \omega_{x}}{k_{n}} + \frac{\partial P}{\partial x}) \int_{V} dV, \qquad (3.9)$$

$$\int_{V} (\rho f_{y} + \frac{\partial \Pi}{\partial y}) dV = -(\frac{\mu \omega_{y}}{k_{n}} + \frac{\partial P}{\partial y}) \int_{V} dV, \qquad (3.10)$$

Как уже было упомянуто ранее, в единице объема воображаемого фильтрационного потока массу жидкости следует считать равной её плотности  $\rho$ , согласно В.Н. Щелкачеву. Он указывает на то, что у Н.Е. Жуковского и у других авторов, пользовавшихся методом последнего при выводе динамических уравнений фильтрации, имеется небольшая неточность [105, 106], которая заключается в том, что указанные выше силы умножаются, по методу Н.Е. Жуковского, на коэффициент пористости *m*, то есть в единице объема фиктивного фильтрационного потока масса жидкости равна  $m\rho$ , что также противоречит выше записанному динамическому соотношению (3.8). В конечной записи уравнений количества движения, полученных Аравиным и Нумеровым, так же, как и у В.Н. Щелкачева, во всех членах, кроме конвективных, отсутствует коэффициент пористости [62, 105, 106].

Теперь распишем левую часть равенства (3.8), представляющую собой скорость изменения количества движения выбранной части жидкости (воображаемого сплошного фильтрационного потока).

Допущения, принятые при рассмотрении процесса нестационарной безнапорной фильтрации, аналогичны допущениям, принятым при рассмотрении процесса неустановившегося движения жидкости в открытых руслах, то есть аналогичны допущениям, принятым в модели «мелкой» воды [25, 33]. При этом выделенный в пространстве контрольный объем жидкости V (ограниченный контрольной поверхностью A, образованной сечениями  $s_x$  и  $s_{x+\Delta x}$  на расстоянии  $\Delta x$ , сечениями  $s_y$  и  $s_{y+\Delta y}$  на расстоянии  $\Delta y$ , поверхностью дна  $A_{\mathcal{I}}$  и свободной поверхностью  $A_0$ , при этом сечения  $s_x$  и  $s_{x+\Delta x}$  являются поперечными сечениями составляющей потока вдоль оси x, а сечения  $s_y$  и  $s_{y+\Delta y}$  являются поперечными сечениями составляющей потока вдоль оси у) использовался не только для вывода уравнений движения в открытых руслах в приближении «мелкой» воды, но и использовался при выводе общеизвестного уравнения неразрывности (3.1) для безнапорного неустановившегося фильтрационного потока. Полученные уравнения неразрывности для нестационарного потока со свободной поверхностью в открытом русле и неустановившейся безнапорной фильтрации отличаются лишь тем, что в уравнении Буссинеска (3.1) в силу особенностей фильтрационного движения в локальной производной присутствует коэффициент пористости.

Следовательно, пользуясь рассуждениями, такими же, как при выводе уравнений движения для модели «мелкой» воды, именуемых также уравнениями Сен-Венана [25], распишем соотношение (3.6), являющееся левой частью уравнения (3.8). Для этого спроектируем на горизонтальные оси x и y выражение (3.6) и получим соответственно:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V}\rho\upsilon_{x}mdV = \frac{D}{Dt}\int_{V}\rho\omega_{x}dV,$$
(3.11)

$$\frac{D}{Dt}\int_{V}\rho\upsilon_{y}mdV = \frac{D}{Dt}\int_{V}\rho\omega_{y}dV,$$
(3.12)

где

V – выделенный в пространстве контрольный объем фильтрационного потока, ограниченный контрольной поверхностью A, образованной сечениями  $s_x$  и  $s_{x+\Delta x}$  на расстоянии  $\Delta x$ , сечениями  $s_y$  и  $s_{y+\Delta y}$  на расстоянии  $\Delta y$ , дневной поверхностью мерзлого грунта  $A_{\mathcal{I}}$  и свободной поверхностью  $A_0$  (при этом сечения  $s_x$  и  $s_{x+\Delta x}$  являются поперечными сечениями составляющей фильтрационного потока вдоль оси x, а сечения  $s_y$  и  $s_{y+\Delta y}$  являются поперечными составляющей фильтрационного потока вдоль оси y), м<sup>3</sup>;

 $v_x$ ,  $v_y$  – осредненные по толщине фильтрационного потока компоненты скорости частиц жидкости (нефти) в порах пористой среды (снежного покрова) соответственно вдоль осей *x*, *y*, м/с;

 $\omega_x$ ,  $\omega_y$  – осредненные по толщине фильтрационного потока компоненты вдоль осей *x*, *y* фиктивной скорости фильтрации, м/с.

Далее, согласно методике, предложенной в [25] для выведения уравнений Сен-Венана в консервативной форме записи, распишем соотношение (3.11), заменяя параметры реального фильтрационного потока на параметры фиктивного потока и оставляя слагаемые порядка  $\Delta x \cdot \Delta y$  ( $dx = \Delta x$ ,  $dy = \Delta y$ ):

$$\frac{D}{Dt} \int_{V} \rho \upsilon_{x} m dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \upsilon_{x} m dV + \int_{A} \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} m dA = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \upsilon_{x} m \int_{V} dV) + \int_{S_{x}} \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} m dA + \int_{S_{x+\Delta x}} \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} m dA + \int_{S_{y}} \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} m dA + \int_{S_{y+\Delta y}} \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} dA + \int_{S_{y+\Delta y}} \rho \upsilon_{n} dA +$$

$$+ \int_{A_{\mathcal{A}}} \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} m dA + \int_{A_{0}} \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} m dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} m h \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} m \int_{S_{x}} dA + \rho (\upsilon_{x} + \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial x} \Delta x)^{2} m \int_{S_{x+\Delta x}} dA - \rho \upsilon_{x} \upsilon_{y} m \int_{S_{y}} dA + \rho (\upsilon_{x} + \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial y} \Delta y) \times$$

$$\times (\upsilon_{y} + \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} \Delta y) m \int_{S_{y+\Delta y}} dA + \rho \upsilon_{x} \upsilon_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \upsilon_{x}^{2} mh \Delta y + \rho \upsilon_{x} \nabla u_{n} m \nabla u_{n} m \nabla u_{n} dA$$

$$+\rho(\upsilon_x+\frac{\partial\upsilon_x}{\partial x}\Delta x)^2m(h+\frac{\partial h}{\partial x}\Delta x)\Delta y-\rho\upsilon_x\upsilon_ymh\Delta x+\rho(\upsilon_x+\frac{\partial\upsilon_x}{\partial y}\Delta y)\times$$

$$\times (\upsilon_{y} + \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} \Delta y) m(h + \frac{\partial h}{\partial y} \Delta y) \Delta x + \rho \upsilon_{x} m \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y = \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y = \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y = \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y = \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y = \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y - \rho \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial t} mh \Delta x \Delta y$$

$$-\rho \upsilon_x^2 mh\Delta y + \rho \left( \upsilon_x^2 + 2\upsilon_x \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} \Delta x + \left( \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} \Delta x \right)^2 \right) m(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x) \Delta y - \rho \upsilon_x \upsilon_y mh\Delta x + \rho \left( \upsilon_x \upsilon_y + \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \upsilon_y \Delta y + \upsilon_x \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \cdot \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} (\Delta y)^2 \right) \times$$

$$\times m(h + \frac{\partial h}{\partial y}\Delta y)\Delta x + \rho \upsilon_x m \frac{\partial h}{\partial t}\Delta x \Delta y = \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial t} mh\Delta x \Delta y - \rho \upsilon_x^2 mh\Delta y +$$

$$+\rho \upsilon_x^2 mh\Delta y + 2\rho \upsilon_x \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} mh\Delta x \Delta y + \rho \left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho \upsilon_x^2 m \times \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} mh\Delta x \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 \Delta y + \rho (\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x})^2 mh(\Delta x)^2 mh(\Delta$$

$$\times \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x \Delta y + 2\rho \upsilon_x \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} m \frac{\partial h}{\partial x} (\Delta x)^2 \Delta y + \rho \left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)^2 m \frac{\partial h}{\partial x} (\Delta x)^3 \Delta y -$$

$$-\rho \upsilon_{x} \upsilon_{y} mh\Delta x + \rho \upsilon_{x} \upsilon_{y} mh\Delta x + \rho \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial y} \upsilon_{y} mh\Delta x \Delta y + \rho \upsilon_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} mh\Delta x \Delta y + \rho \nu_{x} \frac{\partial \upsilon_{y}}{$$

$$+\rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \cdot \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} mh\Delta x (\Delta y)^2 + \rho \upsilon_x \upsilon_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x \Delta y + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \upsilon_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} \nabla v_y m \frac{\partial h}{\partial y} \nabla x (\Delta y)^2 + \rho \frac{\partial \upsilon_x}{\partial$$

$$+\rho v_{x} \frac{\partial v_{y}}{\partial y} m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^{2} + \rho \frac{\partial v_{x}}{\partial y} \cdot \frac{\partial v_{y}}{\partial y} m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x (\Delta y)^{3} + \rho v_{x} m \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y =$$

$$= \rho \frac{\partial v_{x}}{\partial t} m h \Delta x \Delta y + 2\rho v_{x} \frac{\partial v_{x}}{\partial x} m h \Delta x \Delta y + \rho v_{x}^{2} m \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x \Delta y + \rho \frac{\partial v_{x}}{\partial y} v_{y} m h \times$$

$$\times \Delta x \Delta y + \rho v_{x} \frac{\partial v_{y}}{\partial y} m h \Delta x \Delta y + \rho v_{x} v_{y} m \frac{\partial h}{\partial y} \Delta x \Delta y + \rho v_{x} m \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y =$$

$$= \rho m \Delta x \Delta y \left( \frac{\partial v_{x}}{\partial t} h + v_{x} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial v_{x}^{2}}{\partial x} h + v_{x}^{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial v_{x}}{\partial y} v_{y} h + v_{x} \frac{\partial v_{y}}{\partial y} h +$$

$$+ v_{x} v_{y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \rho m \Delta x \Delta y \left( \frac{\partial v_{x} h}{\partial t} + \frac{\partial v_{x}^{2} h}{\partial x} + \frac{\partial v_{x}^{2} h}{\partial x} + \frac{\partial v_{x} v_{y} h}{\partial y} \right) =$$

$$= \rho m \Delta x \Delta y \left( \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_{x} h}{\partial t} + \frac{1}{m^{2}} \cdot \frac{\partial \omega_{x}^{2} h}{\partial x} + \frac{1}{m^{2}} \cdot \frac{\partial \omega_{x} \omega_{y} h}{\partial y} \right) = \rho \Delta x \Delta y \times$$

$$\times \left( \frac{\partial \omega_{x} h}{\partial t} + \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_{x}^{2} h}{\partial x} + \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_{x} \omega_{y} h}{\partial y} \right), \qquad (3.13)$$

где

*v<sub>n</sub>* – нормальные к контрольной поверхности составляющие скорости движения нефти в порах снега, м/с.

Из инерционных членов сохраняем только локальную производную по времени, а членами, содержащими конвективные производные, пренебрегаем как малыми величинами [62, 63, 105]. Тогда проекция на ось x скорости изменения количества движения в рассматриваемом контрольном объеме V примет вид:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V} \rho \omega_{x} dV = \rho \Delta x \Delta y \frac{\partial \omega_{x} h}{\partial t}.$$
(3.14)

Приравняем выражения (3.14) и (3.9) (  $dx = \Delta x$ ,  $dy = \Delta y$ ):

$$\rho dxdy \frac{\partial \omega_x h}{\partial t} = -\left(\frac{\mu \omega_x}{k_n} + \frac{\partial P}{\partial x}\right)_V dV = -\left(\frac{\mu \omega_x}{k_n} + \frac{\partial P}{\partial x}\right) h dxdy, \qquad (3.15)$$

Сократим все члены в полученной записи на величину *рdxdy*:

$$\frac{\partial \omega_x h}{\partial t} = -\frac{\mu \omega_x}{\rho k_n} h - \frac{1}{\rho} h \frac{\partial P}{\partial x}, \qquad (3.16)$$

где

*P* – давление жидкости, вычисляемое по чисто гидростатическому закону как давление, создаваемое столбом жидкости:

$$P = \rho g h_z, \tag{3.17}$$

где

 $h_z$  – высота столба жидкости над рассматриваемым уровнем *z* (рисунок 3.2), м.



Рисунок 3.2 – Линия тока составляющей безнапорного фильтрационного потока вдоль оси *х* 

Из предположения 3, приведенного выше, следует, что плавно изменяющаяся подстилающая поверхность является почти горизонтальной со средним уклоном  $i \approx 0$ . Движение фильтрационного потока рассматривается как двумерное (плоское), то есть перемещение произвольной частицы жидкости будет происходить в плоскости, параллельной горизонтальной плоскости  $x\partial y$ . Следовательно, изменение гидростатического давления P на единицу длины вдоль линии тока составляющей фильтрационного потока по оси x будет равно произведению объемного веса  $\rho g$  нефти на изменение высоты столба нефти  $h_z$  вдоль данной оси. Из рисунка 3.2 видно, что  $\frac{\partial h_z}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(h + h_0)$ . Учитывая данное равенство, получим:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \, \frac{\partial h_z}{\partial x} = \rho g \, \frac{\partial H}{\partial x} = \rho g \, (\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h_0}{\partial x}), \tag{3.18}$$

где

H – положение свободной поверхности относительно плоскости отсчета z = 0, м; h – глубина фильтрационного потока, м;

 $h_0$  – отметка дна, м.

Далее запишем общеизвестную формулу, связывающую динамическую и кинематическую вязкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho},\tag{3.19}$$

где v – коэффициент кинематической вязкости жидкости, м<sup>2</sup>/с.

Также запишем еще одно соотношение:

$$Q_x = \omega_x h, \tag{3.20}$$

где

 $Q_x$  – расход фильтрационного потока нефти на единицу ширины вдоль оси *x*, м<sup>2</sup>/с.

Подставляя выражения (3.18), (3.19) и (3.20) в соотношение (3.16), окончательно получим динамическое уравнение для составляющей фильтрационного потока вдоль оси *x*:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial t} = -\frac{vQ_x}{k_n} - gh(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h_0}{\partial x}).$$
(3.21)

Динамическое уравнение для составляющей фильтрационного потока вдоль оси *у* записывается аналогично полученному уравнению (3.21):

$$\frac{\partial Q_y}{\partial t} = -\frac{vQ_y}{k_n} - gh(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial h_0}{\partial y}), \qquad (3.22)$$

где

 $Q_y$  – расход фильтрационного потока нефти на единицу ширины вдоль оси y, м<sup>2</sup>/с.

Уравнение неразрывности (3.1), выраженное через  $Q_x$  и  $Q_y$ , принимает следующий вид:

$$m\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0.$$
(3.23)

Таким образом, уравнения (3.23), (3.21) и (3.22) являются уравнениями массопереноса в консервативной форме, описывающими процесс нестационарной безнапорной фильтрации ньютоновской нефти в глубоком снежном покрове в пределах «периферийного» участка вдоль естественной поверхности земли произвольного профиля [97, 98, 99].

Рассмотрим теперь частный случай, которым будет являться одномерная фильтрация в снеге ньютоновской нефти в пределах «периферийного» участка по русла оврага (балки, бывшего ручья и т.п.) произвольного поперечного профиля и со сравнительно малым уклоном i (рисунок 3.3). Примем течение потока совпадающим с положительным направлением оси l, наклоненной к горизонту под углом  $\varphi$  вдоль дна русла. Положим, что кривая депрессии H (а следовательно, и все линии тока) имеет незначительную кривизну, и ее уклон мало отличается от продольного уклона i дна русла. Это позволяет принять гипотезу плоских вертикальных живых сечений, в которых (как и при плавно изменяющемся движении воды в открытом русле) гидродинамическое давление распределено по гидростатическому закону[25].

Уравнение неразрывности Буссинеска для одномерного потока примет следующий вид:

$$m\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial l} = 0, \qquad (3.24)$$

где

*l* – криволинейная (динамическая) ось, совпадающая с направлением движения
 одномерного фильтрационного потока нефти вдоль русла;

s – площадь «живого» сечения фильтрационного потока, м<sup>2</sup>;

Q – объемный расход, м<sup>3</sup>/с.



Рисунок 3.3 – Схема одномерной нестационарной безнапорной фильтрации ньютоновской жидкости в пористой среде

В отличие от естественной поверхности земли произвольного (плавно изменяющегося) почти горизонтального ( $i \approx 0$ ) профиля, рассмотренной ранее при выводе уравнений двумерной фильтрации, в данном рассматриваемом частном случае дно русла (оврага, балки) имеет отличный от нуля продольный уклон, хоть и сравнительно малый. Поэтому элементарные струйки внутри потока получают
дополнительное ускорение от действия на них массовой силы тяжести, так как движутся под углом  $\varphi$  к горизонту. Данный случай аналогичен неустановившемуся медленно изменяющемуся движению потока в открытых руслах [34]. Проекция на ось *l* массовой силы тяжести *F*, действующей на контрольный объем *sdl* одномерного фильтрационного потока, будет равна:

$$F_l = \rho gsdl \sin \varphi, \qquad (3.25)$$

где

 $F_l$  – проекция на ось *l* массовой силы тяжести *F*, H.

Гак как sin 
$$\varphi = i$$
 [25], то выражение (3.25) преобразуем:

$$F_l = \rho gsidl. \tag{3.26}$$

Аналогично соотношению (3.15) запишем скорость изменения количества движения для одномерного потока вдоль наклонной оси *l*, учитывая также влияние массовой силы тяжести (3.26) на динамику процесса:

$$\rho dl \frac{\partial Q}{\partial t} = -(\frac{\mu \omega}{k_n} + \frac{\partial P}{\partial l})sdl + \rho gsidl, \qquad (3.27)$$

где

*P* – давление жидкости, вычисляемое по чисто гидростатическому закону как давление, создаваемое столбом жидкости, Па.

Из рисунка 3.3 видно, что изменение давления вдоль любой элементарной струйки жидкости в фильтрационном потоке будет равно:

$$\partial P = \rho g \partial h_z = \rho g \partial h \tag{3.28}$$

Подставив выражения (3.19), (3.28) в уравнение (3.27) и сократив все члены на *рdl*, окончательно получим динамическое уравнение одномерного фильтрационного потока в пределах «периферийного» участка по руслу оврага (балки, бывшего ручья и т.п.) с произвольным поперечным профилем и со сравнительно малым уклоном *i*:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\nu Q}{k_n} + gs(i - \frac{\partial h}{\partial l}). \tag{3.29}$$

Приведенные выше уравнения (3.24) и (3.29) являются уравнениями массопереноса в дивергентной форме, описывающими частный одномерный случай распространения нефти в глубоком снежном покрове в пределах «периферийного» участка по руслу со сравнительно малым уклоном *i* и произвольным профилем поперечного сечения.

Как правило, эксплуатирующие трубопроводные организации не обладают подробной информацией о рельефе территории в районе аварии, но при этом иногда могут быть известны преобладающее направление уклона местности (при его наличии) и его величина *i*. Следовательно, справедливо считать, что в данном случае будет происходить двумерная безнапорная фильтрация нефти в снеге вдоль естественной поверхности, представляющей собой наклонную плоскость со сравнительно малым уклоном *i*. Если направить координатную ось *x* вдоль преобладающего уклона рассматриваемой местности под тем же углом  $\varphi$  к горизонту, под каким она наклонена к последнему, а координатная ось *y* будет горизонтальной и перпендикулярной наклонной оси *x* (при этом  $\partial h_0 / \partial y = 0$ ), то образованная система координат *x*,*y* будет являться прямоугольной и лежать в наклонной плоскости естественной поверхности. Тогда динамические уравнения примут следующий вид:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial t} = -\frac{vQ_x}{k_n} + gh(i - \frac{\partial h}{\partial x}), \qquad (3.30)$$

$$\frac{\partial Q_y}{\partial t} = -\frac{vQ_y}{k_n} - gh\frac{\partial h}{\partial y}.$$
(3.31)

А в качестве уравнения неразрывности будет также использоваться уравнение (3.23). Как уже было выше сказано, в реальных условиях эксплуатации магистральных нефтепроводов информация по рельефу местности является ограниченной: достоверно известен только уклон местности вдоль трассы. Поэтому для возможности оценки аварийного растекания нефти зимой в «критических условиях» (при произошедшей аварии), когда вообще отсутствуют данные по рельефу аварийного участка трассы, либо когда поверхность земли близка к горизонтальной, считается, что происходит центрально-симметричное (радиальное) распространение продукта в пределах снежного покрова. В таком случае в качестве уравнения неразрывности следует также использовать общеизвестное уравнение Буссинеска, но при радиальном распространении потока оно принимает следующий вид [18, 52, 83]:

$$m\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\omega}{\partial r} + \frac{h\omega}{r} = 0, \qquad (3.32)$$

где

*r* – радиус пятна (горизонтальное расстояние от «источника» до рассматриваемой точки пространства), м.

Если уравнение (3.32) записать через объемный расход Q, то оно примет следующий вид:

$$m\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{Q}{r} = 0, \qquad (3.33)$$

Теперь необходимо записать динамическое уравнение для радиального распространения нефти в снежном покрове. Для чего сначала распишем левую часть равенства (3.8), согласно методике из [25], оставляя слагаемые порядка  $\Delta r$ ( $dr = \Delta r$ ):

$$\frac{D}{Dt} \int_{V} \rho \upsilon m dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \rho \upsilon m dV + \int_{A} \rho \upsilon \upsilon_{n} m dA = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \upsilon m \int_{V} dV) + \int_{S_{r}} \rho \upsilon \upsilon_{n} m dA + \int_{S_{r}} \rho \upsilon \upsilon_{n} m dA + \int_{A_{a}} \rho \upsilon \upsilon_{n} m dA = \rho \frac{\partial \upsilon}{\partial t} m h \pi ((r + \Delta r)^{2} - r^{2}) - \rho \upsilon^{2} m \int_{S_{r}} dA + \rho (\upsilon + \frac{\partial \upsilon}{\partial r} \Delta r)^{2} m \int_{S_{r+\Delta r}} dA + \rho \upsilon \upsilon_{n} m \int_{A_{0}} dA = \rho \frac{\partial \upsilon}{\partial t} m h \pi \times$$

$$\times \left(r^{2} + 2r\Delta r + (\Delta r)^{2} - r^{2}\right) - \rho \upsilon^{2} mh2\pi r + \rho (\upsilon + \frac{\partial \upsilon}{\partial r}\Delta r)^{2} m(h + \frac{\partial h}{\partial r}\Delta r)2\pi (r + \Delta r) + \right. \\ \left. + \rho \upsilon m \frac{\partial h}{\partial t} \pi \left(r^{2} + 2r\Delta r + (\Delta r)^{2} - r^{2}\right) = \rho \frac{\partial \upsilon}{\partial t} mh\pi 2r\Delta r - \rho \upsilon^{2} mh2\pi r + \rho m2\pi \times \\ \left. \times \left(\upsilon^{2} + 2\upsilon \frac{\partial \upsilon}{\partial r}\Delta r + (\frac{\partial \upsilon}{\partial r}\Delta r)^{2}\right) \left(hr + h\Delta r + r\frac{\partial h}{\partial r}\Delta r + \frac{\partial h}{\partial r}(\Delta r)^{2}\right) + \rho \upsilon m \frac{\partial h}{\partial t}\pi 2r\Delta r = \right. \\ \left. = \rho \frac{\partial \upsilon}{\partial t} mh\pi 2r\Delta r - \rho \upsilon^{2} mh2\pi r + \rho m2\pi \left(\upsilon^{2}hr + \upsilon^{2}h\Delta r + \upsilon^{2}r\frac{\partial h}{\partial r}\Delta r + hr2\upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial r}\Delta r\right) + \right. \\ \left. + \rho \upsilon m\frac{\partial h}{\partial t}\pi 2r\Delta r = \rho m2\pi r \left(\frac{\partial \upsilon}{\partial t}h\Delta r - \upsilon^{2}h + \upsilon^{2}h + \frac{\upsilon^{2}h\Delta r}{r} + \upsilon^{2}\frac{\partial h}{\partial r}\Delta r + h2\upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial r}\Delta r + \right. \\ \left. + \upsilon\frac{\partial h}{\partial t}\Delta r\right) = \rho m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial \upsilon}{\partial t}h + \frac{\upsilon^{2}h}{r} + \upsilon^{2}\frac{\partial h}{\partial r}h + h2\upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial r} + \frac{\partial h}{\partial t}\right) = \rho m2\pi r\Delta r \times \\ \left. \times \left(\frac{\partial \upsilon h}{\partial t} + \frac{\partial \upsilon^{2}h}{r} + \frac{\upsilon^{2}h}{r}\right) = \rho m2\pi r\Delta r \left(\frac{1}{m}\cdot\frac{\partial \omega h}{\partial t} + \frac{1}{m^{2}}\frac{\partial \omega^{2}h}{\partial r} + \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial \omega}{r}\right) = \rho \Delta r \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{m}\frac{\partial Q\omega}{\partial r} + \frac{1}{m}\cdot\frac{Q\omega}{r}\right).$$
 (3.34)

Теперь распишем правую часть равенства (3.8), оставляя слагаемые порядка  $\Delta r$  (  $dr = \Delta r$ ):

$$\int_{V} (\rho f + \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{r}}) dV = -\left(\frac{\mu \omega}{k_{n}} + \frac{\partial P}{\partial r}\right) \int_{V} dV = -\left(\frac{\rho v \omega}{k_{n}} + \frac{\rho g \partial h}{\partial r}\right) h \pi \left((r + \Delta r)^{2} - r^{2}\right) = -\rho \times \left(\frac{v \omega}{k_{n}} + g \frac{\partial h}{\partial r}\right) h \pi \left(r^{2} + 2r \Delta r + (\Delta r)^{2} - r^{2}\right) = -\rho \left(\frac{v \omega}{k_{n}} + g \frac{\partial h}{\partial r}\right) h \pi 2r \Delta r = -\rho \Delta r \times \left(\frac{v \omega}{k_{n}} + g \frac{\partial h}{\partial r}\right) s = -\rho \Delta r \left(\frac{v Q}{k_{n}} + g s \frac{\partial h}{\partial r}\right).$$
(3.35)

Далее приравняем (3.34) и (3.35) ( $\Delta r = dr$ ):

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{m}\frac{\partial Q\omega}{\partial r} + \frac{1}{m}\cdot\frac{Q\omega}{r}\right)\rho dr = -\left(\frac{vQ}{k_n} + gs\frac{\partial h}{\partial r}\right)\rho dr.$$
(3.36)

Как уже было указано ранее, из инерционных членов в динамическом уравнении фильтрации следует оставлять только локальную производную по времени, а инерционными членами пренебрегают как малыми величинами [62, 63, 78, 105]. Поэтому уравнение (3.36), описывающее закон изменения количества движения для радиального фильтрационного потока, после сокращения всех членов на величину *pdr* примет следующий окончательный вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{vQ}{k_n} - gs\frac{\partial h}{\partial r}.$$
(3.37)

Таким образом, в качестве уравнений массопереноса в консервативной форме, описывающих процесс нестационарной безнапорной радиальной фильтрации ньютоновской нефти в глубоком снежном покрове в пределах «периферийного» участка, предлагается использовать уравнения (3.33) и (3.37).

# 3.2. Теплообмен при распространении нефти в снежном покрове в пределах «периферийного» участка

Для замыкания системы уравнений массопереноса, в которых присутствует зависящий от температуры коэффициент кинематической вязкости, необходимо добавить уравнение сохранения энергии. Так, в модели фильтрационного потока жидкость сплошь заполняет всё пространство (занятое в реальном потоке и жидкостью, и пористой средой), но движется со скоростью, отличающейся от действительной и равной скорости фильтрации  $\omega$ , поэтому для фильтрационного потока будет справедливым использование в общем виде уравнения сохранения энергии движущейся сплошной среды (жидкости). Под полной энергией подразумевается сумма кинетической и внутренней энергий [25, 75, 92]. Так как скорости фильтрации обычно малы, то изменением кинетической энергии и другими динамическими членами в уравнениях энергии как правило пренебрегают [92]. Ртищева А.С. также в [75] указывает на то, что в уравнениях сохранения энергии движущейся сплошной среды можно не учитывать изменение во времени кинетической энергии и действие массовых сил. Еще она отмечает, что энергия, диссипируемая в виде тепла благодаря вязкости, тоже в большинстве случаев пренебрежительно мала. Чарный И.А. указывает на то, что при течении в пористой среде работа сил трения внутри жидкости и теплота трения взаимно компенсируются [92]. Таким образом, с учетом перечисленных выше допущений, в качестве исходного уравнения сохранения энергии для нашей модели фильтрационного потока можно использовать уравнение теплового баланса для движущейся сплошной среды, которое в общем виде имеет следующую запись [25]:

$$\frac{D}{Dt}\int_{V} E\rho dV = \int_{V} \beta_{V} dV + \int_{A} \beta_{A} dA + \int_{V} \Phi dV, \qquad (3.38)$$

где

*V* – выделенный в пространстве контрольный объем жидкости, ограниченный контрольной поверхностью *A*, м<sup>3</sup>;

dV – бесконечно малый элементарный объем, м<sup>3</sup>;

dA – бесконечно малая элементарная площадка, м<sup>2</sup>;

 $\frac{D}{Dt}$  – субстанциональная производная по времени, с<sup>-1</sup>;

Е – удельная (на единицу массы) внутренняя энергия жидкости, Дж/кг;

 $\beta_V$  – плотность теплового потока, действующего внутри объема,  $BT/M^3$ ;

 $\beta_A$  – плотность теплового потока, действующего на границе объема, Вт/м<sup>2</sup>;

 $\Phi$  – работы внутренних сил в жидкости (в нашем случае ими пренебрегаем, см. выше), Вт/м<sup>3</sup>.

Так как глубина фильтрационного потока значительно меньше масштабов распространения нефти, то вертикальными градиентами температуры можно пренебречь. Таким образом, для математического описания процесса теплопереноса при распространении нефти в снежном покрове будет использоваться переменная величина T – температура нефти, осредненная по глубине фильтрационного потока.

Для того, чтобы расписать левую часть уравнения (3.38), необходимо использовать равенство (3.5), а также следующее соотношение:

$$E=c_pT, (3.39)$$

*с*<sub>*P*</sub> – удельная теплоемкость нефти, Дж/(кг·К);

Т – температура нефти, осредненная по глубине фильтрационного потока, К.

Теперь распишем левую часть выражения (3.38), пользуясь определением субстанциональной производной и соотношениями (3.5), (3.39), заменяя параметры реального фильтрационного потока на параметры фиктивного потока и оставляя слагаемые порядка  $\Delta x \cdot \Delta y$  ( $dx = \Delta x$ ,  $dy = \Delta y$ ):

$$\frac{D}{Dt}\int_{V} E\rho m dV = \rho m \frac{D}{Dt}\int_{V} EdV = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V} E\rho m dV + \int_{A} E\rho \upsilon_{n} m dA = \rho \frac{\partial E}{\partial t}\int_{V} m dV + \int_{S_{x}} E\rho \upsilon_{n} m dA + \int_{S_{x}} E\rho \upsilon_{n} m dA + \int_{S_{y}} E\rho \upsilon_{n} m dA +$$

$$-E\rho\upsilon_{x}m\int_{S_{x}}dA+\rho(E+\frac{\partial E}{\partial x}\Delta x)(\upsilon_{x}+\frac{\partial\upsilon_{x}}{\partial x}\Delta x)m\int_{S_{x+\Delta x}}dA-E\rho\upsilon_{y}m\int_{S_{y}}dA+\rho\times$$

$$\times (E + \frac{\partial E}{\partial y} \Delta y)(\upsilon_{y} + \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} \Delta y)m \int_{S_{y+\Delta y}} dA + E\rho \frac{\partial h}{\partial t}m \int_{S_{0}} dA = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho \upsilon_{x}mh\Delta y + \rho \times \\ \times (E + \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x)(\upsilon_{x} + \frac{\partial \upsilon_{x}}{\partial x} \Delta x)m(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x)\Delta y - E\rho \upsilon_{y}mh\Delta x + \rho(E + \frac{\partial E}{\partial y} \Delta y)(\upsilon_{y} + \frac{\partial \upsilon_{y}}{\partial y} \Delta y) \times \\ \times m(h + \frac{\partial h}{\partial y} \Delta y)\Delta x + E\rho \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho \frac{\omega_{x}}{m}mh\Delta y + \rho(E + \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x) \times$$

$$\times (\frac{\omega_x}{m} + \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_x}{\partial x} \Delta x) m(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x) \Delta y - E\rho \frac{\omega_y}{m} mh\Delta x + \rho(E + \frac{\partial E}{\partial y} \Delta y) (\frac{\omega_y}{m} + \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_y}{\partial y} \Delta y) \times \frac{\partial \omega_y}{\partial x} \Delta x dy - E\rho \frac{\partial \omega_y}{\partial x} dy + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} \Delta y dy + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} dy + \frac{$$

$$\times m(h + \frac{\partial h}{\partial y}\Delta y)\Delta x + E\rho \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho\omega_xh\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho\omega_xh\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho\omega_xh\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho\omega_xh\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho\omega_xh\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho\omega_xh\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y - E\rho\omega_xh\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh\Delta x\Delta y + \rho m\Delta y \times \frac{\partial h}{\partial t}m\Delta x\Delta y + \rho m\Delta y + \rho m\Delta$$

$$\times \left(E\frac{\omega_x}{m} + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x \cdot \frac{\omega_x}{m} + \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_x}{\partial x} (\Delta x)^2\right) \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x\right) - E\rho \omega_y h \Delta x + \frac{\partial E}{\partial x} +$$

$$+\rho m \Delta x \left( E \frac{\omega_y}{m} + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega_y}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial E}{\partial y} \Delta y \cdot \frac{\omega_y}{m} + \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_y}{\partial y} (\Delta y)^2 \right) \left( h + \frac{\partial h}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x + \\ + E\rho \frac{\partial h}{\partial t} m \Delta x \Delta y = \rho \frac{\partial E}{\partial t} m h \Delta x \Delta y - E\rho \omega_x h \Delta y + \rho m \Delta y \left( E \frac{\omega_x}{m} h + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega_x}{\partial x} \Delta x \cdot h + \\ + \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x \cdot \frac{\omega_x}{m} h + \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_x}{\partial x} (\Delta x)^2 h + E \frac{\omega_x}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} (\Delta x)^2 + \\ + \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{\omega_x}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} (\Delta x)^2 + \frac{\partial E}{\partial x} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} (\Delta x)^3 \right) - E\rho \omega_y h \Delta x + \rho m \Delta x \times \\ \times \left( E \frac{\omega_y}{m} h + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega_y}{\partial y} \Delta y \cdot h + \frac{\partial E}{\partial y} \Delta y \cdot \frac{\omega_y}{m} h + \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_y}{\partial y} (\Delta y)^2 h + E \frac{\omega_y}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \Delta y + \\ + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega_y}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} (\Delta y)^2 + \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{\omega_y}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} (\Delta y)^2 + \frac{\partial E}{\partial y} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega_y}{\partial y} (\Delta y)^2 h + E \frac{\omega_y}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \Delta y + \\ + E\rho \frac{\partial h}{\partial t} m \Delta x \Delta y = \rho \Delta x \Delta y \left( \frac{\partial E}{\partial t} m h + E \frac{\partial \omega_x}{\partial x} h + \frac{\partial E}{\partial x} \omega_x h + E \omega_x \frac{\partial h}{\partial x} + E \frac{\partial \omega_y}{\partial y} h + \\ + \frac{\partial E}{\partial y} \omega_y h + E \omega_y \frac{\partial h}{\partial y} + E \frac{\partial h}{\partial t} \right) = \rho dx dy \left( m h \frac{\partial E}{\partial t} + E (m \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial h \omega_y}{\partial y}) + \omega_x h \frac{\partial E}{\partial x} + \\ + \omega_y h \frac{\partial E}{\partial y} \right) = \left( \rho m h \frac{\partial c_p T}{\partial t} + \rho Q_x \frac{\partial c_p T}{\partial x} + \rho Q_y \frac{\partial c_p T}{\partial y} \right) dx dy.$$
 (3.40)

Теперь распишем слагаемые в правой части соотношения (3.38):

$$\int_{V} \beta_{V} dV = \beta_{V} \int_{V} dV = -R \int_{V} dV = -R dx dy h, \qquad (3.41)$$

где

R – тепловой поток от нефти в снег (на единицу объема),  $BT/m^3$ .

Для рассмотрения второго слагаемого в правой части уравнения (3.38) воспользуемся законом теплопроводности Фурье [77, 107]:

$$W = -\lambda gradT, \qquad (3.42)$$

W – поток тепла, переносимый через единичную поверхность, обусловленный теплопроводностью,  $BT/m^2$ .

Теперь распишем второе слагаемое в правой части соотношения (3.38), оставляя слагаемые порядка  $\Delta x \cdot \Delta y$  ( $dx = \Delta x, dy = \Delta y$ ):

$$\begin{split} &\int_{A} \beta_{A} dA = \int_{A} (W+P)mdA = \int_{S_{x}} W_{n}mdA + \int_{S_{x+\Delta x}} W_{n}mdA + \int_{S_{y}} W_{n}mdA + \int_{S_{y+\Delta y}} W_{n}mdA + \int_{A_{x}} P_{n}mdA = \\ &= W_{x}mh\Delta y - (W_{x} + \frac{\partial W_{x}}{\partial x}\Delta x)m(h + \frac{\partial h}{\partial x}\Delta x)\Delta y + W_{y}mh\Delta x - (W_{y} + \frac{\partial W_{y}}{\partial y}\Delta y)m(h + \frac{\partial h}{\partial y}\Delta y) \times \\ &\times \Delta x - Pm\Delta x\Delta y = W_{x}mh\Delta y - m\Delta y \bigg( W_{x}h + \frac{\partial W_{x}}{\partial x}\Delta x \cdot h + W_{x}\frac{\partial h}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial W_{x}}{\partial x} \cdot \frac{\partial h}{\partial x}(\Delta x)^{2} \bigg) + \\ &+ W_{y}mh\Delta x - m\Delta x \bigg( W_{y}h + \frac{\partial W_{y}}{\partial y}\Delta y \cdot h + W_{y}\frac{\partial h}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial W_{y}}{\partial y} \cdot \frac{\partial h}{\partial y}(\Delta y)^{2} \bigg) - Pm\Delta x\Delta y = \\ &= -m\Delta x\Delta y \bigg( \frac{\partial W_{x}}{\partial x}h + W_{x}\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial W_{y}}{\partial y}h + W_{y}\frac{\partial h}{\partial y} + P \bigg) = -\frac{\partial W_{x}h}{\partial x}\Delta x\Delta y - \frac{\partial W_{y}h}{\partial y}\Delta y\Delta x - \\ &- Pm\Delta x\Delta y = \frac{\partial}{\partial x}\lambda h\frac{\partial T}{\partial x}mdxdy + \frac{\partial}{\partial y}\lambda h\frac{\partial T}{\partial y}mdxdy - mPdxdy, \end{split}$$
(3.43)

где

P – поток тепла от нефти в грунт,  $BT/M^2$ .

Таким образом, приравняв (3.40) к сумме (3.43) и (3.41) и сократив все члены в полученной записи на величину *dxdy*, получим окончательную запись уравнения теплопереноса для нефти, распространяющейся в снеге в пределах «периферийного» участка по естественной поверхности земли произвольного профиля (в том числе с преобладающим направлением уклона):

$$\rho mh \frac{\partial c_P T}{\partial t} + \rho Q_x \frac{\partial c_P T}{\partial x} + \rho Q_y \frac{\partial c_P T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda h \frac{\partial T}{\partial x} m + \frac{\partial}{\partial y} \lambda h \frac{\partial T}{\partial y} m - Rh - mP.$$
(3.44)

Одномерное распространение нефти в снежном покрове по руслу оврага (бывшего ручья, балки и т.п.) является частным случаем двумерного растечения, а

потому одномерный частный случай уравнения теплопереноса (3.44) примет следующий вид:

$$\rho ms \frac{\partial c_P T}{\partial t} + \rho Q \frac{\partial c_P T}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \lambda s \frac{\partial T}{\partial l} m - Rs - mP\chi, \qquad (3.45)$$

где

χ – смоченный периметр, м.

Далее распишем левую часть уравнения (3.38) для случая, когда происходит радиальное распространение нефти, оставляя слагаемые порядка  $\Delta r$  ( $dr = \Delta r$ ):

$$\frac{D}{Dt} \int_{V} E\rho m dV = \rho m \frac{D}{Dt} \int_{V} E dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V} E\rho m dV + \int_{A} E\rho \upsilon_{n} m dA = \rho \frac{\partial E}{\partial t} \int_{V} m dV + \int_{S_{r}} E\rho \upsilon_{n} m dA + \int_{A_{0}} E\rho \upsilon_{n} m dA = \rho \frac{\partial E}{\partial t} m h \pi \left(r^{2} + 2r\Delta r + (\Delta r)^{2} - r^{2}\right) - E\rho \upsilon_{n} \int_{S_{r}} dA + \rho \left(E + \frac{\partial E}{\partial r}\Delta r\right) \left(\upsilon + \frac{\partial \upsilon}{\partial r}\Delta r\right) m \int_{S_{r+\Delta r}} dA + E\rho \frac{\partial h}{\partial t} m \int_{A_{0}} dA =$$
$$= \rho \frac{\partial E}{\partial t} m h 2\pi r \Delta r - E\rho \upsilon_{n} h 2\pi r + \rho \left(E + \frac{\partial E}{\partial r}\Delta r\right) \left(\upsilon r + \frac{\partial \upsilon}{\partial r}\Delta r\right) m \left(h + \frac{\partial h}{\partial r}\Delta r\right) 2\pi (r + \Delta r) + \frac{\partial U}{\partial r}\Delta r + \frac{\partial U}{\partial r}$$

$$+E\rho\frac{\partial h}{\partial t}m2\pi r\Delta r = \rho\frac{\partial E}{\partial t}mh2\pi r\Delta r - E\rho\frac{\omega}{m}mh2\pi r + \rho(E + \frac{\partial E}{\partial r}\Delta r)(\frac{\omega}{m} + \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial\omega}{\partial r}\Delta r) \times$$

$$\times m(h + \frac{\partial h}{\partial r}\Delta r)2\pi(r + \Delta r) + E\rho \frac{\partial h}{\partial t}m2\pi r\Delta r = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh2\pi r\Delta r - \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh2\pi r\Delta r$$

$$-E\rho\omega h2\pi r+\rho m2\pi \left(r+\Delta r\right)\left(E\frac{\omega}{m}+\frac{\partial E}{\partial r}\Delta r\cdot\frac{\omega}{m}+\frac{E}{m}\cdot\frac{\partial \omega}{\partial r}\Delta r+\frac{\partial E}{\partial r}\cdot\frac{1}{m}\cdot\frac{\partial \omega}{\partial r}(\Delta r)^{2}\right)\times$$

$$\times (h + \frac{\partial h}{\partial r}\Delta r) + E\rho \frac{\partial h}{\partial t}m2\pi r\Delta r = \rho \frac{\partial E}{\partial t}mh2\pi r\Delta r - E\rho\omega h2\pi r + \rho m2\pi (r + \Delta r) \times \frac{\partial h}{\partial t}m^{2}$$

$$\times \left( E\frac{\omega}{m}h + \frac{\partial E}{\partial r}\Delta r \cdot \frac{\omega}{m}h + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r}\Delta rh + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} (\Delta r)^2 h + E\frac{\omega}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial r}\Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial E}{\partial$$

$$+ \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\partial}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{2} + \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{2} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{3} \right) +$$

$$+ E\rho \frac{\partial h}{\partial t} m 2\pi r \Delta r = \rho \frac{\partial E}{\partial t} m h 2\pi r \Delta r - E\rho \omega h 2\pi r + \rho m 2\pi \times \left( E \frac{\omega}{m} hr + \frac{\partial E}{\partial r} \Delta r \cdot \frac{\omega}{m} hr + \right)$$

$$+ \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} \Delta r hr + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} (\Delta r)^{2} hr + E \frac{\omega}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \Delta r \cdot r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\omega}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{2} r +$$

$$+ \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{2} r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} (\Delta r)^{3} r + E \frac{\omega}{m} h \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\omega}{m} h (\Delta r)^{2} +$$

$$+ \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} h (\Delta r)^{2} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} (\Delta r)^{3} h + E \frac{\omega}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{2} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\omega}{m} h (\Delta r)^{3} +$$

$$+ \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} h (\Delta r)^{2} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} (\Delta r)^{3} h + E \frac{\omega}{m} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{2} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\omega}{m} h (\Delta r)^{3} +$$

$$+ \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} h (\Delta r)^{3} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} (\Delta r)^{3} h + E \frac{\omega}{m} \partial h \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\omega}{m} \partial h (\Delta r)^{3} +$$

$$+ \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} h (\Delta r)^{3} + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} (\Delta r)^{3} h + E \frac{\omega}{m} \partial h \Delta r + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{\omega}{m} \partial r (\Delta r)^{3} +$$

$$+ \frac{E}{m} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial r} h (\Delta r)^{3} + \frac{\partial E}{\partial r} h r + E \frac{\partial \omega}{\partial r} h r + E \frac{\partial h}{\partial r} (\Delta r)^{3} + E \rho \frac{\partial h}{\partial t} m 2\pi \sigma \Delta r = \rho 2\pi \Delta r \times$$

$$\times \left( \frac{\partial E}{\partial t} mh r + \frac{\partial E}{\partial r} \omega h r + E \frac{\partial \omega}{\partial r} h r + E \omega \frac{\partial h}{\partial r} r + E \omega h + E \frac{\partial h}{\partial t} m r \right) = \rho 2\pi \Delta r \times$$

$$\times \left( \frac{\partial E}{\partial t} mh r + E (\frac{\partial \omega}{\partial r} h + \omega \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\omega h}{r} h + m \frac{\partial h}{\partial t} \right) + \frac{\partial E}{\partial r} \omega h \right) = \rho 2\pi \Delta r \times$$

$$\times \left( mh \frac{\partial E}{\partial t} + E (m \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h \omega}{\partial r} + \frac{\omega h}{r} h + \omega h \frac{\partial E}{\partial r} \right) = \left( \rho ms \frac{\partial c_{P} T}{\partial t} + \rho Q \frac{\partial c_{P} T}{\partial r} \right) \Delta r. \quad (3.46)$$

После распишем первое слагаемое в правой части уравнения (3.38):

$$\int_{V} \beta_{V} dV = \beta_{V} \int_{V} dV = -R \int_{V} dV = -Rh2\pi r\Delta r.$$
(3.47)

Затем распишем второе слагаемое в правой части равенства (3.38), пользуясь законом теплопроводности Фурье и оставляя слагаемые порядка  $\Delta r$  $(dr = \Delta r)$ :

$$\int_{A} \beta_{A} dA = \int_{A} (W + P)mdA = \int_{S_{r}} W_{n}mdA + \int_{S_{r+\Delta r}} W_{n}mdA + \int_{A_{d}} P_{n}mdA = Wmh2\pi r - (W + \frac{\partial W}{\partial r}\Delta r)m(h + \frac{\partial h}{\partial r}\Delta r)2\pi(r + \Delta r) - Pm2\pi r\Delta r = Wmh2\pi r - m2\pi(r + \Delta r)) \times (Wh + \frac{\partial W}{\partial r}\Delta r)m(h + \frac{\partial h}{\partial r}\Delta r) + \frac{\partial W}{\partial r}(\Delta r)^{2} - Pm2\pi r\Delta r = Wmh2\pi r - m2\pi \times (Whr + \frac{\partial W}{\partial r}\Delta r)hr + W\frac{\partial h}{\partial r}\Delta r + \frac{\partial W}{\partial r}(\Delta r)^{2} - Pm2\pi r\Delta r = Wmh2\pi r - m2\pi \times (Whr + \frac{\partial W}{\partial r}\Delta r)hr + W\frac{\partial h}{\partial r}\Delta r + \frac{\partial W}{\partial r}\Delta r)hr + \frac{\partial W}{\partial r}(\Delta r)^{2}r + Wh\Delta r + \frac{\partial W}{\partial r}(\Delta r)^{2} + W\frac{\partial h}{\partial r}(\Delta r)^{2} + \frac{\partial W}{\partial r}(\Delta r)^{3} - Pm2\pi r\Delta r = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial W}{\partial r}h + W\frac{\partial h}{\partial r}h + \frac{\partial h}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}h + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}h + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}h + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}h + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{\partial r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2\pi r\Delta r \left(\frac{\partial Wh}{r}hr + \frac{Wh}{r}hr + P\right) = -m2$$

Далее, приравнивая (3.46) к сумме (3.48) и (3.47) и сокращая все члены в полученной записи на величину  $\Delta r$ , получаем окончательный вид уравнения теплопереноса для радиального распространения нефти в снеге в пределах «периферийного» участка:

$$\rho ms \frac{\partial c_P T}{\partial t} + \rho Q \frac{\partial c_P T}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \lambda s \frac{\partial T}{\partial r} m + \frac{\lambda s}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} m - Rs - mP\chi.$$
(3.49)

#### 3.3. Замыкание систем уравнений тепломассопереноса

Коэффициент пористости (эффективной) снежного покрова при распространении ньютоновской нефти в пределах «периферийного» участка равен пористости снега (эффективной) на незагрязненном участке. Так как при отрицательной температуре воздуха снег, как правило, сухой [89], то будем считать, что эффективная пористость снежного покрова равна его полной (абсолютной) пористости и вычисляется по очень простой общеизвестной формуле, если известна плотность снега [17]:

$$m = 1 - \frac{\rho_c}{\rho_{\pi}},\tag{3.50}$$

 $\rho_c$  – плотность снега, кг/м<sup>3</sup>;

 $\rho_{\pi}$  – плотность льда (принимается 917 кг/м<sup>3</sup>).

Если для данной местности плотность снега неизвестна, то её величину можно рассчитать по распространенной на практике эмпирической формуле Абэ [31]:

$$\rho_c = 185.4 \cdot 10^{0.545h_c} \,, \tag{3.51}$$

 $h_c$  – высота снежного покрова на незагрязненном участке, м.

Если аварийная утечка нефти произойдет в такое время, когда снежный покров будет являться влажным, то талая вода в таком снеге будет занимать часть его порового пространства и удерживаться в виде пленок на стенках поровых каналов за счет сил поверхностного натяжения [27, 37]. При известной плотности такого снега его эффективную пористость предлагается рассчитывать с помощью следующей зависимости [27]:

$$m = 1 - \frac{\rho_c (1 - 0.083\alpha)}{\rho_n}, \qquad (3.52)$$

где

α – влажность снега (в долях единицы).

Тепловой поток от нефти в снег (на единицу объема снежного покрова) описывается известной эмпирической зависимостью, именуемой законом теплопередачи Ньютона [61, 92, 95]:

$$R = a_{HC} \Omega (T - T_{CH}), \qquad (3.53)$$

где

*а<sub>HC</sub>* – коэффициент теплоотдачи через единицу площади поверхности смачивания снега нефтью, Вт/(м<sup>2</sup>·K);

 $\Omega$  – поверхность смачивания в единице объема пористой среды, м<sup>2</sup>/м<sup>3</sup>.

Для вычисления коэффициента Ω, используемого в выражении (3.53), предлагается следующая формула [94]:

$$\Omega = 6,37 \cdot 10^{-3} m \sqrt{\frac{m}{k_n}}.$$
(3.54)

Коэффициент теплоотдачи  $a_{HC}$  определяется из следующего соотношения:

$$a_{HC} = \frac{N u_{\Im} \lambda}{d_{\Im}},\tag{3.55}$$

где

*Nu*<sub>Э</sub> – эквивалентный критерий Нуссельта;

*d*<sub>Э</sub> – эквивалентный диаметр порового канала, м.

Эквивалентный диаметр  $d_{\mathcal{F}}$  находится из соотношения [8]:

$$d_{\mathcal{G}} = \frac{4m}{\Omega}.$$
 (3.56)

Коэффициент *Nu*<sub>Э</sub> определяется следующим образом [8]:

а) в области  $\text{Re}_{2} = 0.01 - 30$  и  $\text{Pr} = 10^{2} - 6 \cdot 10^{4}$ 

$$Nu_{\mathcal{P}} = 1,2 \operatorname{Re}_{\mathcal{P}}^{0,33} \operatorname{Pr}^{0,33};$$
 (3.57)

б) в области  $\text{Re}_{\mathcal{P}} = 30 - 5 \cdot 10^5$  и  $\text{Pr} = 0.6 - 6 \cdot 10^4$ 

$$Nu_{\mathcal{P}} = 0,395 \,\mathrm{Re}_{\mathcal{P}}^{0,64} \,\mathrm{Pr}^{0,33},$$
 (3.58)

где

Re<sub>Э</sub> – эквивалентный критерий Рейнольдса;

Pr – тепловое число Прандтля.

Эквивалентный критерий Рейнольдса находится из соотношения [8]:

$$\operatorname{Re}_{\mathfrak{Z}} = 4 \frac{\omega}{\Omega \nu}.$$
(3.59)

Число Прандтля определяется по следующей формуле [8]:

$$\Pr = \rho \frac{\nu c_P}{\lambda}.$$
(3.60)

Поток тепла от нефти в грунт тоже вычисляется по формуле Ньютона:

$$P = a_{H\Gamma}(T - T_{\Gamma}), \qquad (3.61)$$

где

*а*<sub>*HГ*</sub> – коэффициент теплоотдачи через единицу площади поверхности смачивания грунта нефтью, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

 $T_{\Gamma}$  – температура грунта, К.

В работе [61] предложена формула для вычисления коэффициента теплоотдачи «вода-грунт» при теплообмене между толщей воды и дном мелкого проточного или слабопроточного водохранилища. В связи с чем возникло предположение, что данная зависимость будет справедлива и для расчета коэффициента теплоотдачи «нефть-грунт» *а*<sub>*HГ*</sub>:

$$a_{H\Gamma} = \frac{\lambda_{\Gamma} c_{\Gamma} \rho_{\Gamma}}{\rho h c_{P}}, \qquad (3.62)$$

где

 $\lambda_{\Gamma}$  – коэффициент теплопроводности грунта, Вт/(м·К);

 $c_{\Gamma}$  – удельная теплоемкость грунта, Дж/(кг·К);

 $\rho_{\Gamma}$  – плотность грунта, кг/м<sup>3</sup>.

Известно, что теплоемкость увеличивается с повышением температуры. Коэффициент удельной теплоемкости нефтей и нефтепродуктов с достаточной точностью можно вычислить по формуле Крего [6, 29]:

$$c_P = \frac{31,56}{\sqrt{\rho^{293}}}(762 + 3,39T),\tag{3.63}$$

где

 $\rho^{293}$  – плотность нефти при температуре 293 К, кг/м<sup>3</sup>.

Коэффициент теплопроводности нефтей уменьшается с ростом температуры. Для определения теплопроводности нефти при различных температурах используют зависимость Крего-Смита [6]:

$$\lambda = \frac{0.137}{{}_{4}^{15}\rho} (1 - 0.54 \cdot 10^{-3}T), \qquad (3.64)$$

где

 $^{15}_{4}\rho$  – относительная плотность нефти при *T* = 288 К (15°С) по воде при температуре 277 К (4°С). Известно, что с падением температуры вязкость жидкости возрастает. Так, коэффициент кинематической вязкости нефти при разных температурах рассчитывается по формуле Филонова [6]:

$$v = v_{273} e^{-\mathrm{U}(\mathrm{T}-273)},\tag{3.65}$$

где

е – основание натурального логарифма (принимается 2, 72);

U – коэффициент крутизны вискограммы,  $K^{-1}$ ;

 $v_{273}$  – коэффициент кинематической вязкости нефти при температуре 273 К, м<sup>2</sup>/с.

При этом коэффициент крутизны вискограммы рассчитывается следующим образом:

$$U = \frac{1}{273 - T_{CH}} \ln \frac{v_{CH}}{v_{273}},$$
(3.66)

где

 $T_{CH}$  – температура снежного покрова, К;

 $v_{CH}$  – коэффициент кинематической вязкости нефти при температуре  $T_{CH}$ , м<sup>2</sup>/с; ln – натуральный логарифм.

## 3.4. Краевые условия

С целью практического использования численных моделей, разработанных на основе предлагаемых систем уравнений тепломассопереноса для наиболее типичных видов распространения ньютоновской нефти в снежном покрове по естественной поверхности, обязательно задаются краевые условия. Так, на внешнем подвижном контуре нефтяного пятна h = 0, а само положение контура является неизвестным (искомым). На внутренней границе «периферийного» участка необходимо задавать напор h, равный средней толщине слоя нефти  $h_H$  в пределах «внутреннего» загрязненного участка:

$$h = h_H, \tag{3.67}$$

где

*h<sub>H</sub>* – средняя толщина слоя нефти в пределах «внутреннего» загрязненного участка, м.

Расход нефти на внутренней границе «периферийного» участка определяется на основании расхода  $Q_0$  вытекающей нефти через разрыв тела трубы по известным формулам гидравлики открытых потоков.

Для нахождения переменного во времени напора на внутренней границе «периферийного» участка необходимо знать для каждого момента времени значение величины  $h_{H}$ . Ниже описан метод определения данной граничной величины.

Объем нефти  $V_H$ , который вытечет через разрыв магистрального нефтепровода за нормативное время прибытия аварийно-восстановительной бригады на место разлива  $t_H$ , определяется согласно [1, 4, 16, 53, 66, 68, 80, 81].

Если расход утечки выражается как функция от времени  $Q_0 = Q_0(t)$ , то объем нефти  $V_H$  определяется из следующего общеизвестного выражения [28]:

$$V_H = \int_0^{t_H} Q_0(t) dt, \qquad (3.68)$$

где

 $V_H$  – объем разлившейся нефти к моменту прибытия аварийно-восстановительной бригады, м<sup>3</sup>;

 $Q_0(t)$  – функция расхода утечки от времени, м<sup>3</sup>/с;

 $t_H$  – нормативное время прибытия аварийно-восстановительной бригады на место разлива, с.

Разработкой методов определения возможного расхода утечки занимались Земенков Ю.Д. [28], Козлитин А.М., Попов А.И., Козлитин П.А. [30] и многие другие. Метод расчета нормативного времени прибытия аварийновосстановительной бригады на место разлива *t<sub>H</sub>* представлен в [72].

При известной постоянной величине расхода утечки  $Q_0$  объем разлившейся нефти  $V_H$  к моменту прибытия аварийно-восстановительной бригады на аварийный участок трассы предлагается определять по следующей простой формуле:

$$V_H = Q_0 \cdot t_H, \tag{3.69}$$

 $Q_0$ – постоянная величина расхода утечки, м $^3$ /с.

Для определения вокруг места разрыва площади «внутреннего» участка *S*<sub>1</sub> загрязненной территории, на котором из-за воздействия «теплой» нефти происходит полное таяние снежного покрова, составим следующее уравнение теплового баланса:

$$c_{p}M(T_{0}-273) = c_{n}M_{n}(273-T_{CH}) + \lambda_{n}M_{n} + (P+W_{B}+W_{U})S_{1}t_{H}, \quad (3.70)$$

где

M – масса вылившейся нефти за время  $t_H$ , кг;

М<sub>л</sub> – масса растаявшего ледяного скелета (снега), кг;

 $c_p$  – удельная теплоемкость нефти, Дж/(кг·К);

c<sub>л</sub> – удельная теплоемкость ледяного скелета снежного покрова (принимается 2120 Дж/(кг·К));

*Т*<sub>0</sub> – начальная температура нефти, К;

 $T_{CH}$  – температура снега, К;

 $\lambda_{\pi}$  – удельная теплота плавления льда (принимается 3,34·10<sup>5</sup> Дж/кг);

*Р* – удельный (на единицу поверхности) тепловой поток от нефти в грунт, Bт/м<sup>2</sup>;

W<sub>B</sub> – удельный (на единицу поверхности) поток тепла в воздух от открытой поверхности нефти, Вт/м<sup>2</sup>;

*W<sub>И</sub>* – удельное (на единицу поверхности) эффективное тепловое излучение поверхности нефти, Вт/м<sup>2</sup>;

 $S_1$  – площадь «внутреннего» участка загрязненной территории, м<sup>2</sup>.

Массы нефти *M* и снега *M*<sub>л</sub> определяются из следующих общеизвестных соотношений соответственно:

$$M = \rho V_H, \tag{3.71}$$

$$M_{\pi} = \rho_{CH} V_{CH}, \qquad (3.72)$$

где

 $\rho$  – плотность нефти, кг/м<sup>3</sup>;

 $\rho_{CH}$  – плотность снега, кг/м<sup>3</sup>;

 $V_{CH}$  – объем растаявшего снега, м<sup>3</sup>.

Также учтем, что объем растаявшего снега равен произведению площади «внутреннего» участка  $S_1$  на высоту снежного покрова на незагрязненном участке  $h_{CH}$ :

$$V_{CH} = S_1 h_{CH}, (3.73)$$

где

 $h_{CH}$  – высота снежного покрова на незагрязненном участке, м.

Тогда выражение (3.70) при подстановке в него соотношений (3.71) – (3.73) примет следующий вид:

$$c_{p}\rho V_{H}(T_{0}-273) = c_{\pi}\rho_{CH}S_{1}h_{CH}(273-T_{CH}) + \lambda_{\pi}\rho_{CH}S_{1}h_{CH} + (P+W_{B}+W_{H})S_{1}t_{H}.$$
(3.74)

Выразив из (3.74) величину *S*<sub>1</sub>, получим следующее соотношение для определения площади «внутреннего» загрязненного участка:

$$S_{1} = \frac{c_{p}\rho V_{H}(T_{0} - 273)}{h_{CH}(c_{\pi}\rho_{CH}(273 - T_{CH}) + \lambda_{\pi}\rho_{CH}) + (P + W_{B} + W_{H})t_{H}}.$$
 (3.75)

Минимально возможное время  $t_1$ , за которое «бурный» поток нефти достигнет внешних границ «внутреннего» участка предлагается определять по эмпирическим зависимостям для «летних» условий, полученным Челомбитко С.И. после проведения им опытных исследований по свободному растеканию ньютоновских нефтей на гладкой горизонтальной поверхности, а также по течению модельных жидкостей в гладкостенном наклонном лотке.

Так, для нахождения возможного времени *t*<sub>1</sub> будем считать, что внешний контур «внутреннего» участка близок к окружности [100]:

$$t_1 = 0,0702r_1^{2,178}\nu^{0,4002}Q_{0cp}^{-0,8318},$$
(3.76)

где

 $r_1$  – радиус «внутреннего» участка, м;

v – коэффициент кинематической вязкости нефти,  $10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;

 $Q_{0cp}$  – средний расход утечки, м<sup>3</sup>/с.

Радиус «внутреннего» участка определяется по следующему общеизвестному выражению:

$$r_1 = \sqrt{\frac{S_1}{\pi}},\tag{3.77}$$

где

 $\pi$  – математическая константа (принимается 3,14).

Тогда при подстановке в (3.77) равенства (3.75) получим следующее окончательное выражение для вычисления радиуса «внутреннего» участка  $r_1$ :

$$r_{1} = \sqrt{\frac{c_{p}\rho V_{H}(T_{0} - 273)}{\pi \left(h_{CH}\left(c_{\pi}\rho_{CH}(273 - T_{CH}) + \lambda_{\pi}\rho_{CH}\right) + (P + W_{B} + W_{H})t_{H}\right)}}.$$
 (3.78)

При распространения «бурного» потока нефти по руслу оврага, балки, бывшего ручья и т.п. предлагается оценивать минимально возможное время  $t_1$ , за которое поток нефти достигнет внешней границы «внутреннего» участка, по следующей эмпирической зависимости, описывающей одномерное движение нефтяного потока по руслу параболического профиля, являющегося наиболее близким к профилю русел в естественных условиях [100]:

$$t_1 = 4,73 \cdot 10^{-5} \varphi^{2,835} Q_{0cp}^{-4,705} v^{-2,335} S_1^{5,682}, \qquad (3.79)$$

где

 $\varphi$  – наклон дна русла, град.

При распространении нефти по руслу с поперечным профилем, близким к прямоугольному, предлагается для определения времени *t*<sub>1</sub> использовать следующую эмпирическую формулу [100]:

$$t_1 = 0,0576 \left(\frac{S_1}{b}\right)^{1,133} \nu^{0,31} \varphi^{-0,339} Q_{0cp}^{-0,508}, \qquad (3.80)$$

где

*b* – ширина русла, м.

Время  $t_2$ , в течение которого нефть будет двигаться в снежном покрове в пределах «периферийного» участка, рассчитывается как разница между нормативным временем прибытия аварийно-восстановительной бригады на место раз-

лива *t<sub>H</sub>* и минимально возможным временем достижения «бурным» потоком внешней границы «внутреннего» участка *t*<sub>1</sub>:

$$t_2 = t_H - t_1. (3.81)$$

Средняя толщина слоя нефти  $h_H$  в момент времени t ( $t > t_1$ ) в пределах «внутреннего» загрязненного участка определяется как отношение объема нефти  $V'_{1H}$ , находящегося в пределах «внутреннего» участка в этот момент времени, к площади данного участка  $S_1$ :

$$h_H = \frac{V_{1H}'}{S_1},$$
 (3.82)

где

 $V'_{1H}$  – объем нефти в пределах «внутреннего» участка в момент времени *t*, м<sup>3</sup>.

Объем  $V'_{1H}$  предлагается рассчитывать следующим образом:

$$V_{1H}' = (V_{1H}')^0 + Q_{0cp} \cdot \tau - Q_{12}^0 \cdot \tau, \qquad (3.83)$$

где

0 – верхний индекс, означающий принадлежность переменной предыдущему временному слою;

 $\tau$  – шаг по времени в процессе численного решения, с;

 $Q_{12}$  – расход нефти на внутренней границе «периферийного» участка, м<sup>3</sup>/с.

Для определения в момент времени t ( $t < t_H$ ) площади  $S_B$  загрязненного участка с полностью растаявшим снегом вследствие теплообмена с «теплой» нефтью составим следующее уравнение теплового баланса, аналогично уравнению (3.74):

$$c_{p}\rho V'_{H}(T_{0} - 273) = c_{\pi}\rho_{CH}S_{B}h_{CH}(273 - T_{CH}) + \lambda_{\pi}\rho_{CH}S_{B}h_{CH} + (P + W_{B} + W_{H})S_{1}t, \qquad (3.84)$$

где

 $V'_{H}$  – объем разлившейся нефти к моменту времени *t*, м<sup>3</sup>;

 $S_B$  – площадь образовавшегося к моменту времени *t* загрязненного участка с полностью растопленным снегом, м<sup>2</sup>.

Выразив из (3.84) величину *S*<sub>*B*</sub>, получим следующее выражение для определения площади участка с полностью растаявшим снегом:

$$S_{B} = \frac{c_{p}\rho V_{H}'(T_{0} - 273) - (P + W_{B} + W_{H})S_{1}t}{h_{CH}(c_{\pi}\rho_{CH}(273 - T_{CH}) + \lambda_{\pi}\rho_{CH})}.$$
(3.85)

Тогда радиус образовавшегося к моменту времени *t* участка с полностью растопленным снежным покровом будет рассчитываться следующим образом:

$$r_{B} = \sqrt{\frac{c_{p}\rho V_{H}'(T_{0} - 273) - (P + W_{B} + W_{H})S_{1}t}{\pi h_{CH}(c_{\pi}\rho_{CH}(273 - T_{CH}) + \lambda_{\pi}\rho_{CH})}},$$
(3.86)

где

 $r_B$  — радиус образовавшегося к моменту времени *t* загрязненного участка с полностью растопленным снегом, м.

### 3.5. Выводы

Для возможности количественной оценки объема разлитой нефти из-за разрыва МН, а также ореола ее распространения по естественной поверхности земли, покрытой снегом, осуществлено математическое моделирование процесса аварийного движения ньютоновской нефти с учетом физико-механических и теплофизических свойств жидкости и окружающей среды, а также рельефа местности. В результате чего были предложены математические модели тепломассопереноса для наиболее типичных видов аварийного распространения ньютоновской нефти по естественной поверхности вследствие разрыва МН зимой.

# 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВАРИЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕФТИ ПО ЕСТЕСТВЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗИМОЙ

Для возможности использования в инженерной практике предложенной математической модели, состоящей из нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка (3.21) – (3.23), (3.44), а также её частных случаев необходимо разработать на их основе численные модели.

## 4.1. Выбор численного метода для решения систем уравнений тепломассопереноса

Известно, что для подтверждения адекватности математической модели достаточно доказать адекватность её одномерного частного случая. В связи с чем была проведена серия опытов по одномерной изотермической безнапорной фильтрации дизельного топлива в прямоугольном лотке, заполненном снегом (см. Приложение 4). Данный частный случай описывается системой уравнений массопереноса (3.24), (3.29). В случае прямоугольного «живого» сечения одномерного потока:

$$s = bh, \tag{4.1}$$

где

*b* – ширина одномерного потока, м.

Отбор образцов снега для проведения данной серии опытов осуществлялся согласно методике, описанной в § 2.1.

Для численного решения системы уравнений (3.24), (3.29) на основе анализа практического моделирования открытых водных потоков были выбраны четыре конечно-разностных варианта численной модели, разработанных для систем уравнений аналогичного типа:

- неявная схема Лятхера В.М. и Милитеева А.Н.;

- явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.;

- явная схема Русанова В.В.;

- явная схема Лакса-Вендроффа.

В работе [54] описан способ построения неявной одномерной конечноразностной численной модели, являющийся частным случаем предложенной в [55] методики построения неявных двумерных конечно-разностных численных моделей. И поэтому дискретный аналог исходной системы уравнений (3.24), (3.29) может быть представлен в виде [79]:

$$m\frac{s_{k+0,5} - s_{k+0,5}^{0}}{\tau} + \frac{Q_{k+1} - Q_{k}}{\Delta l} = 0,$$
(4.2)

$$\frac{Q_{k} - Q_{k}^{0}}{\tau} + \frac{v_{k}^{0}}{k_{n}}Q_{k} + gs_{k}^{0}(\frac{h_{k+0,5}^{0} - h_{k-0,5}^{0}}{\Delta l} - \tau \frac{Q_{k+1} - 2Q_{k} + Q_{k-1}}{bm(\Delta l)^{2}}) + gi\tau \frac{Q_{k+1} - Q_{k-1}}{2m\Delta l} - gi\frac{s_{k+0,5}^{0} + s_{k-0,5}^{0}}{2} = 0, \qquad (4.3)$$

где

т – шаг по времени, с;

0 – индекс, означающий принадлежность переменной предыдущему временному слою;

k – номер узла вычислительной сетки вдоль оси l;

 $\Delta l$  – шаг вычислительной сетки вдоль оси l, м.

В соответствии с разностной схемой величины h, s вычисляются в дробных (промежуточных) узлах вычислительной сетки, а Q и  $\omega$  – в целых узлах.

Уравнение (4.3) решается методом прогонки для вычисления Q. После этого определяется площадь *s* «живого» сечения фильтрационного потока из соотношения (4.2). Далее (для прямоугольного «живого» сечения) глубина одномерного потока *h* вычисляется из выражения (4.1). А средняя скорость  $\omega$  ( $\omega = Q/s$ ) фильтрационного потока определяется по формуле, в которой площадь «живого» сечения в целых узлах выражена через значения в ближайших соседних дробных узлах путем простого осреднения [100]:

$$\omega_k = \frac{2Q_k}{s_{k+0,5} + s_{k-0,5}}.$$
(4.4)

Первая внутренняя точка фильтрационного потока с глубиной *h*=0 является координатой «переднего фронта» распространения жидкости в снежном покрове.

Конечно-разностная аппроксимация уравнений массопереноса (3.24), (3.29) примет следующий вид по явной схеме, разработанной Милитеевым А.Н. и Сладкевичем М.С. [58, 103]:

$$m\frac{s_k^{n+1} - s_k^n}{\tau} + \frac{Q_{k+0,5}^n - Q_{k-0,5}^n}{\Delta l} = 0,$$
(4.5)

$$\frac{Q_{k+0,5}^{n+1} - Q_{k+0,5}^{n}}{\tau} = -\frac{\nu}{k_n} Q_{k+0,5}^{n} + g s_{k+0,5}^{n} (i - \frac{h_{k+1}^n - h_k^n}{\Delta l}), \qquad (4.6)$$

где

n – индекс, означающий принадлежность переменной слою  $t = t_n$  (индекс n+1 означает принадлежность временному слою  $t = t_n + \tau$ ).

В соответствии с разностной схемой величины h, s вычисляются в целых узлах вычислительной сетки, а Q и  $\omega$  – в дробных узлах. При этом площадь «живого» сечения, согласно (4.5), определяется по следующему выражению:

$$s_k^{n+1} = s_k^n - \frac{\tau}{m} \cdot \frac{Q_{k+0,5}^n - Q_{k-0,5}^n}{\Delta l}.$$
(4.7)

Для вычисления расхода, согласно (4.6), используется следующее соотношение:

$$Q_{k+0,5}^{n+1} = Q_{k+0,5}^{n} - \frac{\nu}{k_n} \tau Q_{k+0,5}^{n} + g s_{k+0,5}^{n} i \tau - g s_{k+0,5}^{n} \tau \frac{h_{k+1}^{n} - h_{k}^{n}}{\Delta l}, \quad (4.8)$$

Для определения h используется равенство (4.1).

Так как

$$s_{k+0,5}^{n} = \frac{s_{k+1}^{n} + s_{k}^{n}}{2},$$
(4.9)

поэтому скорость фильтрации определяется по следующей формуле:

$$\omega_{k+0,5}^{n} = 2 \frac{Q_{k+0,5}^{n}}{s_{k+1}^{n} + s_{k}^{n}}.$$
(4.10)

Явная конечно-разностная аппроксимация уравнений (3.24), (3.29) будет иметь следующий вид, согласно схеме Русанова [56, 76]:

$$m\frac{s_k^{n+1} - s_k^n}{\tau} + \frac{Q_{k+1}^n - Q_{k-1}^n}{2\Delta l} = 0,$$
(4.11)

$$\frac{Q_k^{n+1} - Q_k^n}{\tau} = -\frac{\nu}{k_n} Q_k^n + g s_k^n (i - \frac{h_{k+1}^n - h_{k-1}^n}{2\Delta l}), \qquad (4.12)$$

Согласно принятой схеме, все переменные вычисляются в целых узлах сетки. Площадь «живого» сечения, согласно (4.11), находится из следующего соотношения:

$$s_k^{n+1} = s_k^n - \frac{\tau}{2m\Delta l} (Q_{k+1}^n - Q_{k-1}^n), \qquad (4.13)$$

Для определения расхода, согласно (4.12), используется следующее выражение:

$$Q_{k}^{n+1} = Q_{k}^{n} + gis_{k}^{n}\tau - \frac{\nu}{k_{n}}Q_{k}^{n}\tau - \frac{g\tau s_{k}^{n}}{2\Delta l}(h_{k+1}^{n} - h_{k-1}^{n}).$$
(4.14)

Для вычисления h также используется (4.1).

Скорость фильтрации находится по следующей формуле:

$$\omega_k^n = \frac{Q_k^n}{s_k^n}.\tag{4.15}$$

Численная модель уравнений (3.24), (3.29), в соответствии с явной двухшаговой схемой Лакса-Вендроффа [14, 73], записывается следующим образом:

$$m\frac{s_{k+0,5}^{n+0,5} - s_{k+0,5}^{n}}{\tau/2} + \frac{Q_{k+1}^{n} - Q_{k}^{n}}{\Delta l} = 0, \qquad (4.16)$$

$$\frac{Q_{k+0,5}^{n+0,5} - Q_{k+0,5}^{n}}{\tau/2} = -\frac{\nu}{k_n} Q_{k+0,5}^{n} + g s_{k+0,5}^{n} (i - \frac{h_{k+1}^n - h_k^n}{\Delta l}), \qquad (4.17)$$

$$m\frac{s_k^{n+1} - s_k^n}{\tau} + \frac{Q_{k+0,5}^{n+0,5} - Q_{k-0,5}^{n+0,5}}{\Delta l} = 0,$$
(4.18)

$$\frac{Q_k^{n+1} - Q_k^n}{\tau} = -\frac{\nu}{k_n} Q_k^n + g s_k^n (i - \frac{h_{k+0,5}^{n+0,5} - h_{k-0,5}^{n+0,5}}{\Delta l}), \qquad (4.19)$$

Уравнения (4.16) и (4.17) являются предиктором, а (4.18) и (4.19) – корректором при численном решении уравнений массопереноса (3.24) и (3.29) по схеме Лакса-Вендроффа. На первом шаге величины *s* и *Q*, согласно (4.16) и (4.17), определяются соответственно по следующим выражениям:

$$s_{k+0,5}^{n+0,5} = s_{k+0,5}^{n} - \frac{\tau}{2m\Delta l} (Q_{k+1}^{n} - Q_{k}^{n}), \qquad (4.20)$$

$$Q_{k+0,5}^{n+0,5} = Q_{k+0,5}^{n} - \frac{g\tau \cdot s_{k+0,5}^{n}}{2\Delta l} (h_{k+1}^{n} - h_{k}^{n}) + \frac{\tau}{2} (gis_{k+0,5}^{n} - \frac{\nu}{k_{n}}Q_{k+0,5}^{n}).$$
(4.21)

Величины  $Q_{k+0,5}^n$  и  $s_{k+0,5}^n$  рассчитываются через значения в ближайших соседних целых узлах путем простого осреднения.

На втором шаге площадь «живого» сечения и расход, согласно (4.18) и (4.19), определяются соответственно по следующим соотношениям:

$$s_k^{n+1} = s_k^n - \frac{\tau}{m\Delta l} (Q_{k+0,5}^{n+0,5} - Q_{k-0,5}^{n+0,5}), \qquad (4.22)$$

$$Q_k^{n+1} = Q_k^n - \frac{g\tau \cdot s_k^n}{\Delta l} (h_{k+0,5}^{n+0,5} - h_{k-0,5}^{n+0,5}) + \tau (gis_k^{n+0,5} - \frac{\nu}{k_n} Q_k^{n+0,5}). \quad (4.23)$$

Глубина потока h находится из выражения (4.1), а скорость фильтрации вычисляется по формуле (4.15).

Сравнительный анализ результатов расчетов и данных 8 опытов по фильтрации зимнего дизельного топлива в прямоугольном лотке со снегом показали, что погрешность вычислений для неявного метода составила не более 3% в момент времени, когда «передний фронт» фильтрационного потока достиг отметки в 1 м от начала лотка, а для явных схем – от 4% до 36% (см. Приложения 5 – 12). Также в ходе численных экспериментов было установлено, что шаг по времени  $\tau$ для неявной модели не должен превышать 0,1 с, а шаг вычислительной сетки  $\Delta l$ не должен быть больше 0,001м при расчетах распространения потока нефти на небольшие (до нескольких метров) расстояния и не должен превосходить 0,01 м при расчетах распространения потока нефти на значительные расстояния (от нескольких десятков метров и свыше). Для всех явных моделей (при расчетах распространения потока нефти на расстояния любой величины) шаг вычислительной сетки не должен превосходить 0,001 м, а шаг по времени т для схемы Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С не должен быть больше 0,001с. Для схем Лакса-Вендроффа и Русанова шаг по времени не должен превышать 0,0001с. Поэтому для разработки численных моделей на основе предлагаемых в диссертационной работе математических моделей тепломассопереноса использовался неявный конечно-разностный метод аппроксимации, разработанный Лятхером В.М. и Милетеевым А.Н. для уравнений в приближении «мелкой» воды.

# 4.2. Численное моделирование одномерного распространения нефти в снеге по руслу произвольного поперечного профиля

Численная модель системы одномерных уравнений тепломассопереноса (3.24), (3.29) и (3.45), разработанная по неявной схеме, предложенной в работах [54, 55], записывается в следующем виде:

$$m\frac{s_{k+0,5} - s_{k+0,5}^{0}}{\tau} + \frac{Q_{k+1} - Q_{k}}{\Delta l} = 0, \qquad (4.24)$$

$$\frac{Q_{k} - Q_{k}^{0}}{\tau} + \frac{v_{k}^{0}}{k_{n}}Q_{k} + gs_{k}^{0}(\frac{h_{k+0,5}^{0} - h_{k-0,5}^{0}}{\Delta l} - \tau\frac{Q_{k+1} - Q_{k}}{(b_{cp})_{k+0,5}m(\Delta l)^{2}} + \tau\frac{Q_{k} - Q_{k-1}}{(b_{cp})_{k-0,5}m(\Delta l)^{2}}) + gi\tau\frac{Q_{k+1} - Q_{k-1}}{2m\Delta l} - gi\frac{s_{k+0,5}^{0} + s_{k-0,5}^{0}}{2} = 0, \qquad (4.25)$$

$$\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}\frac{T_{k+0,5} - T_{k+0,5}^{0}}{\tau} + \rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}\frac{T_{k+1,5} - T_{k-0,5}}{2\Delta l} = 0$$

$$= m\frac{(\lambda^{0}s)_{k+1}(T_{k+1,5} - T_{k+0,5}) + (\lambda^{0}s)_{k}(T_{k+0,5} - T_{k-0,5})}{(\Delta l)^{2}} - (R^{0}s)_{k+0,5} - m\chi_{k+0,5}P_{k+0,5}^{0}. \qquad (4.26)$$

В соответствии с разностной схемой величины h, s и T вычисляются в дробных (промежуточных) узлах вычислительной сетки, а Q и  $\omega$  – в целых узлах.

Уравнение (4.25) для непосредственного решения методом прогонки необходимо представить следующим образом:

$$A_1 Q_{k-1} + A_2 Q_k + A_3 Q_{k+1} = A_4, (4.27)$$

$$\begin{split} A_{1} &= -\frac{gs_{k}^{0}\tau}{(b_{cp})_{k-0,5}m(\Delta l)^{2}} - \frac{gi\tau}{2m\Delta l}, \\ A_{2} &= \frac{1}{\tau} + \frac{v_{k}^{0}}{k_{n}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{(b_{cp})_{k+0,5}m(\Delta l)^{2}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{(b_{cp})_{k-0,5}m(\Delta l)^{2}}, \\ A_{3} &= \frac{g\tau}{m\Delta l} \left(\frac{i}{2} - \frac{s_{k}^{0}}{(b_{cp})_{k+0,5}\Delta l}\right), \\ A_{4} &= \frac{Q_{k}^{0}}{\tau} - gs_{k}^{0} \left(\frac{h_{k+0,5}^{0} - h_{k-0,5}^{0}}{\Delta l}\right) + gi\frac{s_{k+0,5}^{0} + s_{k-0,5}^{0}}{2}. \end{split}$$

После того, когда на новом временном слое вычислено Q, определяется площадь *s* «живого» сечения фильтрационного потока на этом же временном слое из соотношения (4.24):

$$s_{k+0,5} = s_{k+0,5}^0 - \tau \frac{Q_{k+1} - Q_k}{m\Delta l}.$$
(4.28)

Далее при использовании данных профиля русла определяется глубина фильтрационного потока *h*. Затем находится средняя по глубине ширина потока *b<sub>cp</sub>* из следующего выражения:

$$b_{cp} = \frac{s}{h}.$$
(4.29)

А средняя скорость фильтрации вычисляется по формуле (4.4).

Первая внутренняя точка фильтрационного потока с глубиной *h*=0 является координатой «переднего фронта» распространения нефти в снежном покрове.

Далее следует определить коэффициент кинематической вязкости продукта по его температуре *T* на текущем временном слое по формуле Филонова для использования полученного значения *v* на новом временном слое. Поэтому представим уравнение (4.26) в виде, удобном для решения методом прогонки:

$$B_1 T_{k-0,5} + B_2 T_{k+0,5} + B_3 T_{k+1,5} = B_4, (4.30)$$

где

$$\begin{split} B_{1} &= \frac{m(\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta l)^{2}} - \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta l}, \\ B_{2} &= \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}}{\tau} + m \frac{(\lambda^{0}s)_{k+1} - (\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta l)^{2}}, \\ B_{3} &= \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta l} - \frac{m(\lambda^{0}s)_{k+1}}{(\Delta l)^{2}}, \\ B_{4} &= \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}T_{k+0,5}^{0}}{\tau} - (R^{0}s)_{k+0,5} - m\chi_{k+0,5}P_{k+0,5}^{0}. \end{split}$$

Также по вычисленным значениям температуры удельную теплоемкость нефти  $c_P$  и коэффициент теплопроводности нефти  $\lambda$  предлагается пересчитывать по формулам (3.63) и (3.64) соответственно для последующего использования этих параметров при решении уравнения (4.30) на новом временном слое.

В результате численных экспериментов было установлено, что при расчетах аварийного распространения потока на небольшие (до нескольких метров) расстояния шаг вычислительной сетки  $\Delta l$  не должен превышать 0,001м, а шаг по времени  $\tau$  не должен быть больше 0,1 с. При расчетах аварийного распространения потока на значительные (от нескольких десятков метров и свыше) расстояния шаг вычислительной сетки  $\Delta l$  не должен превышать 0,01м, а шаг по времени  $\tau$  также не должен превосходить 0,1 с.

# 4.3. Численное моделирование центрально-симметричного распространения нефти в снежном покрове

Конечно-разностная аппроксимация уравнений (3.33), (3.37) и (3.49) в соответствии с предложенной методикой в [54, 55] имеет следующий вид [101]:

$$m\frac{s_{k+0,5} - s_{k+0,5}^{0}}{\tau} + \frac{Q_{k+1} - Q_{k}}{\Delta r} + \frac{Q_{k+0,5}^{0}}{r_{k+0,5}} = 0,$$
(4.31)

$$\frac{Q_{k}-Q_{k}^{0}}{\tau}+\frac{v_{k}^{0}}{k_{n}}Q_{k}+gs_{k}^{0}(\frac{h_{k+0,5}^{0}-h_{k-0,5}^{0}}{\Delta r}-\tau\frac{Q_{k+1}-Q_{k}}{2m\pi r_{k+0,5}(\Delta r)^{2}}+$$

$$+\tau \frac{Q_{k} - Q_{k-1}}{2m\pi r_{k-0,5} (\Delta r)^{2}} - \frac{\tau Q_{k+0,5}^{0}}{2m\pi (r_{k+0,5})^{2} \Delta r} + \frac{\tau Q_{k-0,5}^{0}}{2m\pi (r_{k-0,5})^{2} \Delta r}) = 0, \quad (4.32)$$

$$\rho m (sc_{P}^{0})_{k+0,5} \frac{T_{k+0,5} - T_{k+0,5}^{0}}{\tau} + \rho (Qc_{P}^{0})_{k+0,5} \frac{T_{k+1,5} - T_{k-0,5}}{2\Delta r} =$$

$$= m \frac{(\lambda^{0} s)_{k+1} (T_{k+1,5} - T_{k+0,5}) + (\lambda^{0} s)_{k} (T_{k+0,5} - T_{k-0,5})}{(\Delta r)^{2}} +$$

$$+ m \frac{(s\lambda^{0})_{k+0,5}}{r_{k+0,5}} \cdot \frac{T_{k+1,5} - T_{k-0,5}}{2\Delta r} - (R^{0} s)_{k+0,5} - m (\chi P^{0})_{k+0,5}, \quad (4.33)$$

*k* – номер узла вычислительной сетки вдоль *r*;

 $\Delta r$  – шаг вычислительной сетки.

Согласно изложенной в [54, 55] методике, величины h, s и T определяются в дробных (промежуточных) узлах вычислительной сетки, а Q и  $\omega$  – в целых узлах.

Для непосредственного решения методом прогонки уравнение (4.32) необходимо представить следующим образом:

$$A_1 Q_{k-1} + A_2 Q_k + A_3 Q_{k+1} = A_4, (4.34)$$

где коэффициенты уравнения выражаются в виде:

$$\begin{split} A_{1} &= -\frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k-0,5}(\Delta r)^{2}}, \\ A_{2} &= \frac{1}{\tau} + \frac{v_{k}^{0}}{k_{n}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k+0,5}(\Delta r)^{2}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k-0,5}(\Delta r)^{2}}, \\ A_{3} &= -\frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k+0,5}(\Delta r)^{2}}, \\ A_{4} &= \frac{Q_{k}^{0}}{\tau} - gs_{k}^{0} \bigg( \frac{h_{k+0,5}^{0} - h_{k-0,5}^{0}}{\Delta r} - \frac{\tau Q_{k+0,5}^{0}}{2m\pi (r_{k+0,5})^{2}\Delta r} + \frac{\tau Q_{k-0,5}^{0}}{2m\pi (r_{k-0,5})^{2}\Delta r} \bigg). \end{split}$$

После того, как на новом временном слое в узлах вычислительной сетки вычислено *Q*, определяется площадь *s* «живого сечения» фильтрационного потока на этом же временном слое, в соответствии с формулой (4.31):

$$s_{k+0,5} = s_{k+0,5}^{0} - \frac{\tau}{m} \cdot \left(\frac{Q_{k+1} - Q_{k}}{\Delta r} + \frac{Q_{k+0,5}^{0}}{r_{k+0,5}}\right).$$
(4.35)

Величина *h* вычисляется по следующей формуле:

$$h_{k+0,5} = \frac{s_{k+0,5}}{2\pi r_{k+0,5}}.$$
(4.36)

Объемный расход в дробных узлах выражается через значения в ближайших соседних целых узлах путем простого осреднения, площадь «живого» сечения в целых узлах выражается через значения в ближайших соседних дробных узлах также путем простого осреднения. Средняя скорость фильтрации вычисляется по формуле (4.4).

Далее определяется средняя по толщине фильтрационного потока температура нефти в дробных узлах вычислительной сетки. С этой целью уравнение (4.33) представляется в виде, удобном для решения методом прогонки, следующим образом:

$$B_1 T_{k-0,5} + B_2 T_{k+0,5} + B_3 T_{k+1,5} = B_4, (4.37)$$

где

$$\begin{split} B_{1} &= \frac{m(\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta r)^{2}} - \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r} + m\frac{(s\lambda^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r \cdot r_{k+0,5}}, \\ B_{2} &= \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}}{\tau} + m\frac{(\lambda^{0}s)_{k+1} - (\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta r)^{2}}, \\ B_{3} &= \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r} - \frac{m(\lambda^{0}s)_{k+1}}{(\Delta r)^{2}} - m\frac{(s\lambda^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r \cdot r_{k+0,5}}, \\ B_{4} &= \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}T_{k+0,5}^{0}}{\tau} - (R^{0}s)_{k+0,5} - m(\chi P^{0})_{k+0,5}. \end{split}$$

τ

Найденные значения температуры используются для пересчета вязкости, удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности нефти по формулам Филонова, Крего и Крего-Смита соответственно.

В результате численных экспериментов было установлено, что при расчетах аварийного распространения потока на маленькие расстояния, равные всего нескольким метрам, шаг вычислительной сетки  $\Delta r$  не должен превышать 0,001м, а шаг по времени  $\tau$  не должен быть больше 0,005 с. При расчетах радиального распространения потока на значительные расстояния (от нескольких десятков метров и больше) шаг вычислительной сетки  $\Delta r$  не должен превышать 0,01м, а шаг по времени  $\tau$  не должен превосходить 0,1 с.

Также для дополнительной проверки используемого неявного конечноразностного численного метода было проведено 3 натурных эксперимента по центрально-симметричному (радиальному) распространению дизельного топлива в снежном покрове по горизонтальной естественной поверхности, при этом погрешность численного моделирования не превысила 6% (см. Приложение 13).

## 4.4. Численное моделирование распространения нефти в снеге по естественной поверхности произвольного профиля

Численная модель системы уравнений тепломассопереноса (3.21) – (3.23), (3.44) примет следующий вид, согласно [55]:

$$m\frac{(h-h^{0})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}}{\tau} + \frac{((Q_{x})_{m1+1} - (Q_{x})_{m1})_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{((Q_{y})_{m2+1} - (Q_{y})_{m2})_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} = 0, \quad (4.38)$$

$$\frac{(Q_{x} - Q_{x}^{0})_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{\tau} = -\frac{(v^{0}Q_{x})_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{k_{n}} - gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \times x$$

$$\times \left[ \frac{(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m1-\frac{1}{2}}^{0})_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\tau}{m} \cdot \left( \frac{(2(Q_{x})_{m1} - (Q_{x})_{m1+1} - (Q_{x})_{m1-1})_{m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} + \frac{((Q_{y}^{0})_{m2} - (Q_{y}^{0})_{m2+1})_{m1+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} + \frac{((Q_{y}^{0})_{m2} - (Q_{y}^{0})_{m2+1})_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right] \right] - g\frac{((h_{0})_{m1+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m1-\frac{1}{2}})_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \cdot \left[ \frac{(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m1-\frac{1}{2}}^{0})_{m2+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \times x \right]$$

$$\times \left( \frac{\left( (Q_x)_{m1+1} - (Q_x)_{m1-1} \right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\left( (Q_y^0)_{m2+1} - (Q_y^0)_{m2} \right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\left( (Q_y^0)_{m2+1} - (Q_y^0)_{m2} \right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right) \right],$$

$$\begin{aligned} \frac{(Q_{y} - Q_{y}^{0})_{m2,m1+\frac{1}{2}}}{\tau} &= -\frac{(v^{0}Q_{y})_{m2,m1+\frac{1}{2}}}{k_{n}} - gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \times \\ \times \left[ \frac{(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m2-\frac{1}{2}}^{0})_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\tau}{m} \cdot \left( \frac{(2(Q_{y})_{m2} - (Q_{y})_{m2+1} - (Q_{y})_{m2-1})_{m1+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}} + \right. \\ &+ \frac{((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1})_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{((Q_{x}^{0})_{m1} - (Q_{x}^{0})_{m1+1})_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right] \right] - \\ &- g \frac{((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}})_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \left[ \frac{(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m2-\frac{1}{2}}^{0})_{m1+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \times \\ &\times \left( \frac{((Q_{y})_{m2+1} - (Q_{y})_{m2-1})_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1})_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1})_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right] \right], \end{aligned}$$

$$\rho m(hc_{P}^{0})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} \frac{(T-T^{0})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}}{\tau} + \rho(Q_{x})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} \times \frac{\left((c_{P}^{0}T)_{m1+\frac{1}{2}} - (c_{P}^{0}T)_{m1+\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} + \rho(Q_{y})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} \frac{\left((c_{P}^{0}T^{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (c_{P}^{0}T^{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{2\Delta y} = \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m1+1}(T_{m1+\frac{1}{2}} - T_{m1+\frac{1}{2}})\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} + m(\lambda^{0}h)_{m1,m2+\frac{1}{2}} \times \frac{\left(T_{m1+\frac{1}{2}} - T_{m1-\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} + m\frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+1}(T_{m2+\frac{1}{2}}^{0} - T_{m2+\frac{1}{2}})\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}} + \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2+\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}}} + \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2+\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}}} + \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2+\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}}} + \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2+\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}}} + \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2+\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}}} + \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2+\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}}} + \frac{\left((\lambda^{0}h)_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2+\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}}} + \frac{\left((\lambda^$$

$$+ m \frac{\left( (\lambda^{0}h)_{m2} (T_{m2+\frac{1}{2}} - T_{m2-\frac{1}{2}}^{0}) \right)_{m1+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}} - (R^{0}h)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} - mP_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0},$$
(4.41)

*m*1 – номер узла вычислительной сетки вдоль оси *x*; *m*2 – номер узла вычислительной сетки вдоль оси *y*.

$$h_{i,j+\frac{1}{2}} = 0,5(h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}})_{j+\frac{1}{2}},$$
(4.42)

$$(Q_k)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = 0,5((Q_k)_{i+1} + (Q_k)_i)_{j+\frac{1}{2}},$$
(4.43)

$$(\omega_k)_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{(Q_k)_{i,j+\frac{1}{2}}}{h_{i,j+\frac{1}{2}}},$$
(4.44)

$$i = m1$$
  
 $j = m2$ , если  $k = x$ , и  $i = m2$   
 $j = m1$ , если  $k = y$ .

При этом  $Q_x$  и  $\omega_x$  определяются в узлах m1, m2+1/2.  $Q_y$  и  $\omega_y$  определяются в узлах m1+1/2, m2. А сеточная функция *h* вычисляется в узлах m1+1/2, m2+1/2.

Сначала решаются уравнения (4.39) и (4.40) обычным методом прогонки, когда при прямом ходе находятся прогоночные коэффициенты, а при обратном ходе вычисляются искомые значения  $Q_x$  и  $Q_y$ .

Уравнение (4.39) для непосредственного решения методом прогонки необходимо представить следующим образом:

$$A_1 Q_{m1-1,m2+\frac{1}{2}} + A_2 Q_{m1,m2+\frac{1}{2}} + A_3 Q_{m1+1,m2+\frac{1}{2}} = A_4, \qquad (4.45)$$

где

$$A_{1} = -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} + g \frac{\left((h_{0})_{m1+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m1-\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x},$$

$$A_{2} = \frac{1}{\tau} + \frac{\nu_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0}}{k_{n}} + gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{2\tau}{m(\Delta x)^{2}},$$

$$\begin{split} A_{3} &= -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} - g\frac{\left((h_{0})_{m1+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m1-\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x}, \\ A_{4} &= \frac{(Q_{x}^{0})_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \left[\frac{\left(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m1-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\tau}{m} \times \right] \\ &\times \left[\frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2} - (Q_{y}^{0})_{m2+1}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y}\right] - g\frac{\left((h_{0})_{m1+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m1-\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \times \\ &\times \left[\frac{\left(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m1-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \left(\frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right]. \end{split}$$

А уравнение (4.40) для решения методом прогонки запишем в следующем виде:

$$B_1 Q_{m2-1,m1+\frac{1}{2}} + B_2 Q_{m2,m1+\frac{1}{2}} + B_3 Q_{m2+1,m1+\frac{1}{2}} = B_4, \qquad (4.46)$$

 $\Delta x$ 

где

$$\begin{split} B_{1} &= -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} + g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ B_{2} &= \frac{1}{\tau} + \frac{v_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0}}{k_{n}} + gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{2\tau}{m(\Delta y)^{2}}, \\ B_{3} &= -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ B_{4} &= \frac{(Q_{y}^{0})_{m2,m1+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \left[ \frac{\left(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m2-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\tau}{m} \times \\ \times \left( \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1}\right)_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1} - (Q_{x}^{0})_{m1+1}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right) \right] - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \times \\ \times \left[ \frac{\left(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m2-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \left( \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1}\right)_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right) \right]. \end{split}$$
Затем из уравнения (4.38) определяется глубина потока *h*:

$$h_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} = h_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0} - \frac{\tau}{m} \cdot \left( \frac{\left( (Q_x)_{m1+1} - (Q_x)_{m1} \right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\left( (Q_y)_{m2+1} - (Q_y)_{m2} \right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right). \quad (4.47)$$

После вычисляется скорость фильтрации потока вдоль соответствующей координатной оси по формуле (4.44).

Далее вычисляется температура нефти в дробных узлах вычислительной сетки. С этой целью уравнение (4.41) представляется в виде, удобном для решения методом прогонки, следующим образом:

$$C_{1}T_{m1-\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} + C_{2}T_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} + C_{3}T_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} = C_{4},$$
(4.48)

где

$$\begin{split} C_{1} &= -\frac{\rho(Q_{x})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}(c_{P})_{m1-\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0}}{2\Delta x} + m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}}, \\ C_{2} &= \frac{\rho m(hc_{P}{}^{0})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}}{\tau} + m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1+1,m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} - m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} + \\ &+ m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1+\frac{1}{2},m2+1}}{(\Delta y)^{2}} - m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1+\frac{1}{2},m2}}{(\Delta y)^{2}}, \\ C_{3} &= \frac{\rho(Q_{x})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}(c_{P})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0}}{2\Delta x} - m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1+1,m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}}, \\ C_{4} &= \frac{\rho m(hc_{P}{}^{0}T^{0})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}}{\tau} - \rho(Q_{y})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} \times \\ &\times \frac{\left((c_{P}T)_{m2+\frac{1}{2}}^{0} - (c_{P}T)_{m2-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{2\Delta y} + m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta y)^{2}} - \end{split}$$

$$-m\frac{(\Delta y)^{2}}{(\Delta y)^{2}}-(R^{0}h)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}-(mP)^{0}_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}$$

Найденные значения температуры используются для пересчета вязкости по формуле Филонова. А удельную теплоемкость и коэффициент теплопроводности

нефти предлагается пересчитывать по формулам Крего и Крего-Смита соответственно.

В результате численных экспериментов было установлено, что при расчетах распространения потока на несущественные расстояния (до нескольких метров) шаги вычислительной сетки  $\Delta x$  и  $\Delta y$  не должны превышать 0,001м, а шаг по времени  $\tau$  не должен быть больше 0,1 с. При расчетах аварийного распространения потока на значительные расстояния шаги вычислительной сетки не должны превосходить 0,01м, а шаг по времени  $\tau$  также не должен превышать 0,1 с.

## 4.5. Численное моделирование осесимметричного распространения нефти в снежном покрове по плоской наклонной естественной поверхности

Численная модель системы уравнений тепломассопереноса (3.23), (3.30), (3.31), (3.44) отличается от конечно-разностной модели (4.38), (4.45), (4.46) и (4.48) лишь только коэффициентами  $A_1$ ,  $A_3$  и  $A_4$  в уравнении (4.45) и  $B_1$ ,  $B_3$  и  $B_4$  в уравнении (4.46):

$$\begin{split} &A_{1} = -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} - gi \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x}, \\ &A_{3} = -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} + gi \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x}, \\ &A_{4} = \frac{(Q_{x}^{0})_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \left[ \frac{\left(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m1-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\tau}{m} \times \\ &\times \left[ \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2} - (Q_{y}^{0})_{m2+1}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right] \right] + gi \times \\ &\times \left[ \frac{\left(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m1-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \left( \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right) \right], \\ &B_{1} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}}, \end{split}$$

$$\begin{split} B_{3} &= -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}}, \\ B_{4} &= \frac{(Q_{y}^{0})_{m2,m1+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \left[ \frac{\left(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m2-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\tau}{m} \times \\ &\times \left( \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1}\right)_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1} - (Q_{x}^{0})_{m1+1}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right) \right]. \end{split}$$

Алгоритм вычислений аналогичен алгоритму, представленному в § 4.4.

#### 4.6. Выводы

1. На основе предлагаемых математических моделей тепломассопереноса разработаны численные модели, позволяющие осуществлять прогноз возможного аварийного распространения ньютоновской нефти по поверхности земли, покрытой снегом, для следующих встречающихся в практике эксплуатации магистральных нефтепроводов видов движения нефти:

- одномерного движения нефти по руслу оврага (балки, бывшего ручья и т.п.) произвольного поперечного профиля;

- центрально-симметричного распространения нефти, когда поверхность земли вокруг разрыва магистрально нефтепровода близка к горизонтальной;

 движения нефти по естественной поверхности земли произвольного профиля, когда детально известен профиль земной поверхности на аварийном участке трассы;

- для осесимметричного распространения нефти по «плоской» наклонной естественной поверхности, когда поверхность аварийного участка близка к плоской и имеет известный уклон.

2. Рекомендуется использовать данные численные модели:

- при составлении плана ликвидации последствий от аварий;

- при разработке декларации промышленной безопасности;

- при обосновании условий обязательного страхования ответственности владельца магистральных трубопроводов в случае аварии;

- при оценке ореола загрязнения территории к моменту прибытия аварийновосстановительной бригады на аварийный участок трассы;

- при прогнозировании затрат от экологического и других видов ущерба вследствие разрыва магистральных нефтепроводов.

## 5. МЕТОДИКА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АВАРИЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕФТИ В СНЕЖНОМ ПОКРОВЕ ВСЛЕДСТВИЕ ПОРЫВА МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА ЗИМОЙ

#### 5.1. Введение

1. Данная инженерная методика разработана на основании результатов проведенных диссертационных исследований.

2. Методика предназначена для осуществления прогнозирования аварийного распространения нефти в снежном покрове вследствие сквозного повреждения стенки МН зимой. С помощью данной методики можно определить время, за которое поток нефти достигнет границ важного охранного объекта, а также оценить возможную площадь нефтяного загрязнения к моменту прибытия на место утечки аварийно-восстановительной бригады.

3. Методику предлагается использовать как на стадии проектирования, строительства и эксплуатации магистральных нефтепроводов, так и при случившемся разрыве магистрального трубопровода.

### 5.2. Условные обозначения используемых в численном расчете величин

*x*,*y* – оси прямоугольной системы координат на горизонтальной плоскости (или наклонной в случае осесимметричного движения);

 $h_0$  – отметка дна, м;

*i* – уклон;

*г* – радиальная ось, начало которой совпадает с положением места разрыва трубы;

*l* – криволинейная (динамическая) ось, совпадающая с направлением движения одномерного фильтрационного потока нефти вдоль русла;

Q – объемный расход нефти, м<sup>3</sup>/с;

 $Q_x$ ,  $Q_y$  – расходы фильтрационного потока нефти на единицу ширины соответственно вдоль координатных осей *x* и *y*, м<sup>2</sup>/с;

 $\omega_x$ ,  $\omega_y$  – компоненты скорости фильтрации нефти соответственно вдоль осей *x* и *y*, м/с;

ω – скорость фильтрации нефти, м/с;

Т – температура нефти, К;

 $T_{CH}$  – температура снега, К;

 $T_{\Gamma}$  – температура грунта, К;

*Т*<sub>0</sub> – начальная температура нефти, К;

*h* – глубина фильтрационного потока нефти, м;

s – площадь «живого» сечения фильтрационного потока нефти,  $m^2$ ;

 $b_{cp}$  – ширина одномерного фильтрационного потока нефти, осредненная по его глубине *h*, м;

*m* – пористость снега;

 $k_n$  – коэффициент проницаемости снега, м<sup>2</sup>;

v - коэффициент кинематической вязкости нефти, м<sup>2</sup>/с;

g – ускорение свободного падения (принимается 9,81 м/с<sup>2</sup>);

 $\rho$  – плотность нефти, кг/м<sup>3</sup>;

*с*<sub>*P*</sub> – удельная теплоемкость нефти, Дж/(кг·К);

 $\lambda$  – коэффициент теплопроводности нефти, Bt/(м·K);

R – тепловой поток от нефти в снег (на единицу объема),  $BT/M^3$ ;

*а<sub>HC</sub>* – коэффициент теплоотдачи через единицу площади поверхности смачивания снега нефтью, Вт/(м<sup>2</sup>·K);

 $\Omega$  – поверхность смачивания в единице объема пористой среды,  ${\rm m}^2/{\rm m}^3;$ 

*Nu*<sub>Э</sub> – эквивалентный критерий Нуссельта;

Re<sub>Э</sub> – эквивалентный критерий Рейнольдса;

Pr – тепловое число Прандтля;

*d*<sub>Э</sub> – эквивалентный диаметр порового канала, м;

*P* – тепловой поток от нефти в грунт (на единицу поверхности), Вт/м<sup>2</sup>;

χ – смоченный периметр, м;

*а<sub>НГ</sub>* – коэффициент теплоотдачи через единицу площади поверхности смачивания грунта нефтью, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

 $\lambda_{\Gamma}$  – коэффициент теплопроводности грунта, Вт/(м·К);

 $c_{\Gamma}$  – удельная теплоемкость грунта, Дж/(кг·К);

 $\rho_{\Gamma}$  – плотность грунта, кг/м<sup>3</sup>;

е – основание натурального логарифма (принимается 2, 72);

ln – натуральный логарифм;

*U* – коэффициент крутизны вискограммы, К<sup>-1</sup>;

v<sub>273</sub> – коэффициент кинематической вязкости нефти при температуре 273 К, м<sup>2</sup>/с;

 $v_{CH}$  – коэффициент кинематической вязкости нефти при температуре  $T_{CH}$ , м<sup>2</sup>/с;

 $\rho^{293}$  – плотность нефти при температуре 293 К, кг/м<sup>3</sup>;

 $^{15}_{4}\rho$  – относительная плотность нефти при *T* = 288 К (15°С) по воде при температуре 277 К (4°С);

 $S_1$  – площадь «внутреннего» загрязненного участка, м<sup>2</sup>;

*r*<sub>1</sub> – радиус «внутреннего» загрязненного участка, м;

т – шаг по времени, с;

0 – верхний индекс, означающий принадлежность переменной предыдущему временному слою;

*m1* – номер узла вычислительной сетки вдоль оси *x*;

*m*2 – номер узла вычислительной сетки вдоль оси *y*;

k – номер узла вычислительной сетки вдоль оси l (или вдоль r при центральносимметричном распространении нефти);

 $\Delta x$  – шаг вычислительной сетки вдоль оси *x*, м;

∆у-шаг вычислительной сетки вдоль оси у, м;

 $\Delta r$  – шаг вычислительной сетки вдоль r, м;

 $\Delta l$  – шаг вычислительной сетки вдоль оси l, м.

## 5.3. Численный расчет аварийного распространения нефти в снеге по поверхности земли произвольного профиля

В процессе прогнозного расчета находятся следующие основные величины:  $h, Q_x, Q_y$  и *T*. А остальные параметры либо являются производными от основных искомых величин и вычисляются по определенным зависимостям, либо задаются.

Величины  $Q_x$  и  $\omega_x$  определяются в узлах m1, m2+1/2.  $Q_y$  и  $\omega_y$  определяются в узлах m1+1/2, m2. А сеточные функции *h* и *T* вычисляется в узлах m1+1/2, m2+1/2.

1. Приведенные ниже уравнения (5.1) и (5.2) решаются методом простой прогонки, когда при прямом ходе вычисляются прогоночные коэффициенты, а при обратном ходе уже находятся искомые величины  $Q_x$  и  $Q_y$  соответственно:

$$A_1 Q_{m1-1,m2+\frac{1}{2}} + A_2 Q_{m1,m2+\frac{1}{2}} + A_3 Q_{m1+1,m2+\frac{1}{2}} = A_4,$$
(5.1)

$$B_1 Q_{m2-1,m1+\frac{1}{2}} + B_2 Q_{m2,m1+\frac{1}{2}} + B_3 Q_{m2+1,m1+\frac{1}{2}} = B_4,$$
(5.2)

где

$$\begin{split} A_{1} &= -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} + g \frac{\left((h_{0})_{m1+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m1-\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x}, \\ A_{2} &= \frac{1}{\tau} + \frac{v_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0}}{k_{n}} + gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{2\tau}{m(\Delta x)^{2}}, \\ A_{3} &= -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m1+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m1-\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x}, \\ A_{4} &= \frac{(Q_{x}^{0})_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \left[ \frac{\left(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m1-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\tau}{m} \times \\ \times \left( \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2} - (Q_{y}^{0})_{m2+1}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right) \right] - g \frac{\left((h_{0})_{m1+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m1-\frac{1}{2}}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \times \end{split}$$

$$\times \left[ \frac{\left(h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m1-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \left( \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\left((Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2}\right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta y}\right) \right], \\ B_{1} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} + g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ B_{2} = \frac{1}{\tau} + \frac{v_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0}}{k_{n}} + gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{2\tau}{m(\Delta y)^{2}}, \\ B_{3} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ G_{1}^{0} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ G_{2}^{0} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ G_{1}^{0} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ G_{2}^{0} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y}, \\ G_{2}^{0} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}} - g \frac{\left((h_{0})_{m2+\frac{1}{2}} - (h_{0})_{m2-\frac{1}{2}}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta y},$$

$$B_{4} = \frac{(Q_{y}^{0})_{m2,m1+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \left[\frac{\left(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m2-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\tau}{m} \times \right]$$

$$\times \left( \frac{\left( (Q_x^0)_{m1+1} - (Q_x^0)_{m1} \right)_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left( (Q_x^0)_{m1} - (Q_x^0)_{m1+1} \right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right) \right] - g \frac{\left( (h_0)_{m2+\frac{1}{2}} - (h_0)_{m2-\frac{1}{2}} \right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \times$$

$$\times \left[ \frac{\left(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m2-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \left( \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1}\right)_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right) \right].$$

2. Величина *h* рассчитываются по формуле:

$$h_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} = h_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0} - \frac{\tau}{m} \cdot \left( \frac{\left( (Q_x)_{m1+1} - (Q_x)_{m1} \right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\left( (Q_y)_{m2+1} - (Q_y)_{m2} \right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right).$$
(5.3)

3. Для нахождения температуры нефти *T* методом прогонки решается следующее уравнение:

$$C_{1}T_{m1-\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} + C_{2}T_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} + C_{3}T_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} = C_{4},$$
(5.4)

где

$$C_{1} = -\frac{\rho(Q_{x})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}(c_{P})_{m1-\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0}}{2\Delta x} + m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}},$$

$$C_{2} = \frac{\rho m (h c_{P}^{\ 0})_{m1 + \frac{1}{2}, m2 + \frac{1}{2}}}{\tau} + m \frac{(\lambda^{0} h)_{m1 + 1, m2 + \frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} - m \frac{(\lambda^{0} h)_{m1, m2 + \frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}} +$$

+
$$m\frac{(\lambda^0 h)_{m1+\frac{1}{2},m2+1}}{(\Delta y)^2}-m\frac{(\lambda^0 h)_{m1+\frac{1}{2},m2}}{(\Delta y)^2},$$

$$C_{3} = \frac{\rho(Q_{x})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}(c_{P})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0}}{2\Delta x} - m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1+1,m2+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^{2}},$$

$$C_{4} = \frac{\rho m (h c_{P}^{0} T^{0})_{m1 + \frac{1}{2}, m2 + \frac{1}{2}}}{\tau} - \rho(Q_{y})_{m1 + \frac{1}{2}, m2 + \frac{1}{2}} \times$$

$$\times \frac{\left(\left(c_{P}T\right)_{m2+1/2}^{0}-\left(c_{P}T\right)_{m2-1/2}^{0}\right)_{m1+1/2}}{2\Delta y}+m\frac{\left(\lambda^{0}h\right)_{m1+1/2,m2+1}T_{m1+1/2,m2+1/2}^{0}}{\left(\Delta y\right)^{2}}-$$

$$-m\frac{(\lambda^{0}h)_{m1+\frac{1}{2},m2}T_{m1+\frac{1}{2},m2-\frac{1}{2}}^{0}}{(\Delta y)^{2}}-(R^{0}h)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}-(mP)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}^{0}.$$

где

$$c_P^{\ 0} = \frac{31,56}{\sqrt{\rho^{293}}} (762 + 3,39T^0), \tag{5.5}$$

$$\lambda^{0} = \frac{0.137}{{}_{4}^{15}\rho} (1 - 0.54 \cdot 10^{-3} T^{0}), \tag{5.6}$$

$$R^{0} = (a_{HC})^{0} \Omega (T^{0} - T_{CH}), \qquad (5.7)$$

$$\Omega = 6.37 \cdot 10^{-3} m \sqrt{\frac{m}{k_n}},\tag{5.8}$$

$$(a_{HC})^0 = \frac{\left(Nu_{\Im}\lambda\right)^0}{d_{\Im}},\tag{5.9}$$

$$d_{\mathcal{Y}} = \frac{4m}{\Omega}.$$
 (5.10)

Коэффициент  $(Nu_{\Im})^0$  определяется следующим образом:

а) в области 
$$\text{Re}_{\mathcal{F}} = 0,01 - 30$$
 и  $\text{Pr} = 10^2 - 6.10$ 

$$(Nu_{\mathcal{Y}})^{0} = 1, 2 \left( \operatorname{Re}_{\mathcal{Y}}^{0} \right)^{0,33} \left( \operatorname{Pr}^{0} \right)^{0,33};$$
 (5.11)

б) в области Re  $_{\Im}=30-5{\cdot}10^5$  и Pr = 0,6 $-6{\cdot}10^4$ 

$$(Nu_{\mathcal{Y}})^{0} = 0,395(\text{Re}_{\mathcal{Y}}^{0})^{0,64}(\text{Pr}^{0})^{0,33}, \qquad (5.12)$$

где

$$\operatorname{Re}_{\mathfrak{I}}^{0} = \frac{4}{\Omega} \cdot \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{0}, \qquad (5.13)$$

$$\mathbf{Pr}^{0} = \rho \left(\frac{\nu c_{P}}{\lambda}\right)^{0}.$$
 (5.14)

Скорость фильтрации нефти вычисляется следующим образом:

$$\omega_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} = \sqrt{\left(\omega_x^2 + \omega_y^2\right)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}},$$
(5.15)

$$(\omega_x)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} = \left(\frac{Q_x}{h}\right)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}},$$
(5.16)

$$(\omega_{y})_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}} = \left(\frac{Q_{y}}{h}\right)_{m1+\frac{1}{2},m2+\frac{1}{2}}.$$
(5.17)

Расходы фильтрационного потока нефти на единицу ширины вдоль осей *x* и *y* рассчитываются по формуле:

$$(Q_k)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = 0,5((Q_k)_{i+1} + (Q_k)_i)_{j+\frac{1}{2}},$$
(5.18)

где

$$i = m1$$
  
 $j = m2$ , если  $k = x$ , и  $i = m2$   
 $j = m1$ , если  $k = y$ .

Теплоотдача от нефти в грунт рассчитывается следующим образом:

$$P^{0} = (a_{H\Gamma})^{0} \cdot (T^{0} - T_{\Gamma}), \qquad (5.19)$$

где

$$(a_{H\Gamma})^{0} = \frac{\lambda_{\Gamma} c_{\Gamma} \rho_{\Gamma}}{\rho h c_{P}^{0}}.$$
(5.20)

4. После нахождения температуры *T* на текущем временном слое рассчитывается величина кинематической вязкости нефти *v* для её последующего использования на новом временном слое:

$$v = v_{273} e^{-\mathrm{U}(\mathrm{T}-273)}.$$
 (5.21)

*U* определяется соотношением:

$$U = \frac{1}{273 - T_{CH}} \ln \frac{V_{CH}}{V_{273}}.$$
 (5.22)

5. Площадь и радиус «внутреннего» загрязненного участка S<sub>1</sub> определяются соответственно из выражений (3.75) и (3.78).

6. Задаются следующие граничные условия:

- на внешнем подвижном контуре нефтяного пятна h = 0, а само положение контура является неизвестным (искомым);

- на внутренней границе «периферийного» участка необходимо задавать напор *h*, равный средней толщине нефтяного слоя *h<sub>H</sub>* в пределах «внутреннего» загрязненного участка.

Расход нефти на внутренней границе «периферийного» участка выражается на основании расхода нефти через разрыв тела трубы по известным формулам гидравлики открытых потоков.

7. Для устойчивости вычислительного алгоритма шаги по пространству  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и по времени  $\tau$  не должны превышать 0,01м и 0,1с соответственно.

## 5.4. Численный расчет аварийного осесимметричного распространения нефти в снеге по плоской наклонной естественной поверхности

В реальных условиях эксплуатации магистральных нефтепроводов информация по рельефу местности является ограниченной: достоверно известен только уклон местности вдоль трассы. При наличии последнего принято считать, что аварийное распространение нефти происходит вдоль естественной поверхности, представляющей собой наклонную плоскость с уклоном *i*. В отличие от § 5.3 (где используется горизонтальная система координат) при осесимметричном движении координатная ось *x* направляется вдоль уклона поверхности земли под тем же углом к горизонту, под каким местность наклонена к последнему. Координатная ось *у* горизонтальная и перпендикулярна наклонной оси *x*, то есть система координат *x*,*y* является прямоугольной и лежит в наклонной плоскости естественной поверхности, то есть  $i = -\partial h_0 /\partial x$  и  $\partial h_0 /\partial y = 0$ . Поэтому у конечно-разностных уравнений (5.1) и (5.2) коэффициенты  $A_1, A_3, A_4, B_1, B_3, B_4$  для осесимметричного движения определяются из следующих выражений:

$$\begin{split} A_{1} &= -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} - gi \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x}, \\ A_{3} &= -gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta x)^{2}} + gi \cdot \frac{\tau}{2m \cdot \Delta x}, \\ A_{4} &= \frac{(Q_{x}^{0})_{m1,m2+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m1,m2+\frac{1}{2}}^{0} \left[ \frac{\left( h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m1-\frac{1}{2}}^{0} \right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\tau}{m} \times \right] \\ &\times \left[ \frac{\left( (Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2} \right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left( (Q_{y}^{0})_{m2} - (Q_{y}^{0})_{m2+1} \right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right] + gi \times \right] \\ &\times \left[ \frac{\left( h_{m1+\frac{1}{2}}^{0} + h_{m1-\frac{1}{2}}^{0} \right)_{m2+\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\tau}{2m} \left[ \frac{\left( (Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2} \right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\left( (Q_{y}^{0})_{m2+1} - (Q_{y}^{0})_{m2} \right)_{m1-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right] \right] \\ &B_{1} &= -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}}, \end{split}$$

$$B_{3} = -gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \cdot \frac{\tau}{m(\Delta y)^{2}},$$

$$B_{4} = \frac{(Q_{y}^{0})_{m2,m1+\frac{1}{2}}}{\tau} - gh_{m2,m1+\frac{1}{2}}^{0} \left[ \frac{\left(h_{m2+\frac{1}{2}}^{0} - h_{m2-\frac{1}{2}}^{0}\right)_{m1+\frac{1}{2}}}{\Delta y} + \frac{\tau}{m} \times \left(\frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1+1} - (Q_{x}^{0})_{m1}\right)_{m2-\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} + \frac{\left((Q_{x}^{0})_{m1} - (Q_{x}^{0})_{m1+1}\right)_{m2+\frac{1}{2}}}{\Delta x \cdot \Delta y} \right].$$

А остальные коэффициенты и весь алгоритм вычислений такие же как в § 5.3.

## 5.5. Численный расчет центрально-симметричного аварийного распространения нефти в снежном покрове

Для возможности оценки аварийного растекания нефти зимой в «критических условиях» (при произошедшей аварии), когда отсутствуют данные по рельефу аварийного участка трассы, либо когда поверхность земли близка к горизонтальной, считается, что происходит центрально-симметричное (радиальное) распространение нефти в пределах снежного покрова.

В процессе численного расчета находятся следующие основные величины: *s*, *Q* и *T*. А остальные параметры либо являются производными от основных искомых величин и вычисляются по определенным зависимостям, либо задаются.

Величины Q и  $\omega$  определяются в целых узлах вычислительной сетки k. А сеточные функции s, h и T вычисляются в дробных (промежуточных) узлах k + 0.5.

1. Приведенное ниже уравнение (5.23) решается методом простой прогонки, когда при прямом ходе вычисляются прогоночные коэффициенты, а при обратном ходе уже находится искомая величина *Q*:

$$A_1 Q_{k-1} + A_2 Q_k + A_3 Q_{k+1} = A_4, (5.23)$$

где

$$\begin{split} A_{1} &= -\frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k-0,5}(\Delta r)^{2}}, \\ A_{2} &= \frac{1}{\tau} + \frac{v_{k}^{0}}{k_{n}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k+0,5}(\Delta r)^{2}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k-0,5}(\Delta r)^{2}}, \\ A_{3} &= -\frac{gs_{k}^{0}\tau}{2m\pi r_{k+0,5}(\Delta r)^{2}}, \\ A_{4} &= \frac{Q_{k}^{0}}{\tau} - gs_{k}^{0} \bigg( \frac{h_{k+0,5}^{0} - h_{k-0,5}^{0}}{\Delta r} - \frac{\tau Q_{k+0,5}^{0}}{2m\pi (r_{k+0,5})^{2}\Delta r} + \frac{\tau Q_{k-0,5}^{0}}{2m\pi (r_{k-0,5})^{2}\Delta r} \bigg). \end{split}$$

2. Величина *s* рассчитывается по формуле:

$$s_{k+0,5} = s_{k+0,5}^{0} - \frac{\tau}{m} \cdot \left(\frac{Q_{k+1} - Q_{k}}{\Delta r} + \frac{Q_{k+0,5}^{0}}{r_{k+0,5}}\right).$$
(5.24)

3. Глубина фильтрационного потока нефти *h* вычисляется по следующей формуле:

$$h_{k+0,5} = \frac{s_{k+0,5}}{2\pi r_{k+0,5}}.$$
(5.25)

4. Для нахождения температуры нефти *T* методом прогонки решается следующее уравнение:

$$B_1 T_{k-0,5} + B_2 T_{k+0,5} + B_3 T_{k+1,5} = B_4, (5.26)$$

где

$$\begin{split} B_{1} &= \frac{m(\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta r)^{2}} - \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r} + m\frac{(s\lambda^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r \cdot r_{k+0,5}}, \\ B_{2} &= \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}}{\tau} + m\frac{(\lambda^{0}s)_{k+1} - (\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta r)^{2}}, \\ B_{3} &= \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r} - \frac{m(\lambda^{0}s)_{k+1}}{(\Delta r)^{2}} - m\frac{(s\lambda^{0})_{k+0,5}}{2\Delta r \cdot r_{k+0,5}}, \\ B_{4} &= \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}T_{k+0,5}^{0}}{\tau} - (R^{0}s)_{k+0,5} - m(\chi P^{0})_{k+0,5}. \end{split}$$

Для замыкания уравнения (5.26) используются соотношения (5.5) – (5.14), (5.19), (5.20), а также следующие формулы:

$$\chi_{k+0,5} = 2\pi r_{k+0,5}, \qquad (5.27)$$

$$\omega_{k+0,5}^{0} = \left(\frac{Q}{s}\right)_{k+0,5}^{0},$$
(5.28)

$$Q_{k+0,5} = \frac{Q_{k+1} + Q_k}{2}.$$
(5.29)

5. После нахождения температуры нефти *T* на текущем временном слое рассчитывается коэффициент кинематической вязкости нефти *v* из выражений (5.21) и (5.22). 6. Площадь и радиус «внутреннего» загрязненного участка *S*<sub>1</sub> определяются соответственно из выражений (3.75) и (3.78).

7. Граничные условия приведены в § 5.3.

8. Для устойчивости вычислительного алгоритма шаг вычислительной сетки  $\Delta r$  не должен превышать 0,01м, а шаг по времени  $\tau$  не должен быть больше 0,1 с.

## 5.6. Численный расчет одномерного аварийного распространения нефти в снежном покрове

В процессе численного расчета одномерного движения потока нефти в снеге по дну русла с уклоном i и произвольным поперечным сечением определяются следующие основные величины: s, Q и T. А остальные параметры либо задаются, либо являются производными от основных искомых величин и находятся по конкретным формулам.

Сеточные функции *s*, *h* и *T* определяются в дробных (промежуточных) узлах вычислительной сетки k + 0,5. Величины *Q* и  $\omega$  вычисляются в целых узлах *k*.

1. Для нахождения искомого параметра *Q* методом прогонки решаются следующее конечно-разностное уравнение:

$$A_1 Q_{k-1} + A_2 Q_k + A_3 Q_{k+1} = A_4, (5.30)$$

где

$$\begin{split} A_{1} &= -\frac{gs_{k}^{0}\tau}{(b_{cp})_{k-0,5}m(\Delta l)^{2}} - \frac{gi\tau}{2m\Delta l}, \\ A_{2} &= \frac{1}{\tau} + \frac{v_{k}^{0}}{k_{n}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{(b_{cp})_{k+0,5}m(\Delta l)^{2}} + \frac{gs_{k}^{0}\tau}{(b_{cp})_{k-0,5}m(\Delta l)^{2}}, \\ A_{3} &= \frac{g\tau}{m\Delta l} \left(\frac{i}{2} - \frac{s_{k}^{0}}{(b_{cp})_{k+0,5}\Delta l}\right), \end{split}$$

$$A_{4} = \frac{Q_{k}^{0}}{\tau} - gs_{k}^{0} \left(\frac{h_{k+0,5}^{0} - h_{k-0,5}^{0}}{\Delta l}\right) + gi\frac{s_{k+0,5}^{0} + s_{k-0,5}^{0}}{2}$$

2. Величина *s* рассчитывается по следующему выражению:

$$s_{k+0,5} = s_{k+0,5}^0 - \tau \frac{Q_{k+1} - Q_k}{m\Delta l}.$$
(5.31)

3. При использовании данных профиля русла определяется глубина фильтрационного потока *h* и смоченный периметр *χ*. Затем находится средняя по глубине ширина потока *b<sub>cp</sub>* из следующего выражения:

$$b_{cp} = \frac{s}{h}.$$
(5.32)

4. Для нахождения температуры нефти *T* методом прогонки решается следующее уравнение:

$$B_1 T_{k-0,5} + B_2 T_{k+0,5} + B_3 T_{k+1,5} = B_4, (5.33)$$

где

$$B_{1} = \frac{m(\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta l)^{2}} - \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta l},$$

$$B_{2} = \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}}{\tau} + m \frac{(\lambda^{0}s)_{k+1} - (\lambda^{0}s)_{k}}{(\Delta l)^{2}},$$

$$B_{3} = \frac{\rho(Qc_{P}^{0})_{k+0,5}}{2\Delta l} - \frac{m(\lambda^{0}s)_{k+1}}{(\Delta l)^{2}},$$

$$B_{4} = \frac{\rho m(sc_{P}^{0})_{k+0,5}T_{k+0,5}^{0}}{\tau} - (R^{0}s)_{k+0,5} - m\chi_{k+0,5}P_{k+0,5}^{0}.$$

Для замыкания уравнения (5.33) используются зависимости (5.5) – (5.14), (5.19), (5.20), (5.28) и (5.29).

5. После нахождения температуры *T* на текущем временном слое рассчитывается коэффициент кинематической вязкости нефти *v* из выражений (5.21) и (5.22).

6. Площадь «внутреннего» загрязненного участка S<sub>1</sub> определяется из соотношения (4.75).

7. Граничные условия приведены в § 5.3.

8. Для устойчивости вычислительного алгоритма шаг вычислительной сетки  $\Delta l$  не должен быть больше 0,01м, а шаг по времени  $\tau$  не должен превосходить 0,1 с.

## 5.7. Пример численного расчета центрально-симметричного аварийного распространения ньютоновской нефти в снежном покрове

Рассмотрим случай, когда происходит гильотинный разрыв зимой подземного магистрального нефтепровода диаметром 1220 мм и производительностью 1 м<sup>3</sup>/с. Для определения возможной площади нефтяного загрязнения территории к моменту прибытия аварийно-восстановительной бригады на место разлива для случая, когда естественная поверхность земли близка к горизонтальной, зададим необходимые исходные данные, представив их в таблице 5.1.

Нормативное время прибытия аварийно-восстановительной бригады на поврежденный линейный участок трассы магистрального трубопровода диаметром 1220 мм, согласно [72], не должно превышать 18 часов. Как уже было упомянуто в §3.4, в опубликованной печати имеется множество методов, позволяющих как приближенно, так и достаточно точно оценивать возможный расход утечки из магистрального нефтепровода при его разрыве. Для оперативного расчета предполагаемого расхода утечки сперва определим максимально возможный объем вылившейся нефти, который, согласно [64, 65], при разрыве трубопроводов составляет 25% максимального объема прокачки (производительности) в течение 6 часов и, следовательно, в нашем случае равен 5400 м<sup>3</sup>. Таким образом, отношение данного объема нефти нормативному времени прибытия аварийно-К восстановительной бригады на место аварии позволяет приближенно рассчитать осредненный по времени расход утечки, который для нашего случая будет равен 0.083 м<sup>3</sup>/с.

Исходные параметры	Значения	пара-
	метров	
Коэффициент проницаемости снежного покрова,	16,5	
$10^{-9} \text{ m}^2$		
Плотность снега, кг/м <sup>3</sup>	290	
Высота снежного покрова, м	0,5	
Влажность снега	0	
Температура снега, К	263	
Температура перекачки нефти, К	288	
Плотность нефти, кг/м <sup>3</sup>	800	
Температура грунта, К	263	
Плотность грунта, кг/м <sup>3</sup>	1900	
Коэффициент теплопроводности грунта, Вт/ (м·К)	3	
Удельная теплоемкость грунта, Дж/(кг·К)	1100	
Коэффициент кинематической вязкости нефти при температу-	11,3	
ре перекачки, 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с		
Коэффициент кинематической вязкости нефти при температу-	28,4	
ре снега, $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$		

Таблица 5.1 – Исходные данные, необходимые для численного расчета

В результате проведенных численных расчетов были определены следующие основные параметры к моменту прибытия (через 18 часов после разрыва магистрального трубопровода) аварийно-восстановительной бригады на место разлива:

- радиус *г* внешнего контура нефтяного пятна равен 80,74 м;

- радиус *r*<sub>1</sub> «внутреннего» загрязненного участка равен 20,19 м;

- площадь *S* загрязненной территории составила 20469,50 м<sup>2</sup>;

- площадь *S*<sub>1</sub> «внутреннего» участка равна 1279,98 м<sup>2</sup>;

- площадь S<sub>2</sub> «периферийного» участка составила 19189,52 м<sup>2</sup>.

Также были получены значения этих параметров для каждого часа от момента возникновения аварии до прибытия аварийно-восстановительной бригады. Графически все результаты приведенного примера численного расчета представлены в Приложении 14.

### 5.8. Выводы

На основе результатов проведенных исследований разработана инженерная методика, которая позволяет проводить как предварительные (на стадии проектирования, при разработке декларации промышленной безопасности, разработке планов по ликвидации аварийных разливов нефти и нефтепродуктов, для подтверждения условий обязательного страхования гражданской ответственности эксплуатирующей трубопроводной организации, для определении критериев количественной оценки возможного ущерба вследствие разлива нефти), так и численные прогнозы возможного аварийного растечения ньютоновской нефти по естественной поверхности при случившихся разрывах магистральных нефтепроводов, когда присутствует снежный покров. Данная методика позволяет:

- оценить площадь загрязненной территории к моменту прибытия аварийновосстановительной бригады на аварийный участок трассы;

- найти время, в течение которого внешний контур нефтяного пятна приблизится к границе определенного охранного объекта;

- вычислить объем нефти, находящийся на загрязненной территории, что позволяет оценить размер утечки, произошедший через повреждение МН;

 провести расчет необходимых сил и средств и более качественно спланировать мероприятия по ликвидации последствий от аварий и снижению экологического и других видов ущерба.

### ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Для возможности количественной оценки объема разлитой нефти из-за разрыва МН, а также ореола ее распространения по естественной поверхности земли, покрытой снегом, осуществлено математическое моделирование процесса аварийного движения ньютоновской нефти с учетом физико-механических и теплофизических свойств жидкости и окружающей среды, а также рельефа местности. В результате чего были предложены математические модели тепломассопереноса для наиболее типичных видов аварийного распространения ньютоновской нефти по естественной поверхности вследствие разрыва МН зимой.

2. На основе предлагаемых математических моделей тепломассопереноса разработаны численные модели, позволяющие осуществлять прогноз возможного аварийного распространения ньютоновской нефти по поверхности земли, покрытой снегом, для следующих встречающихся в практике эксплуатации магистральных нефтепроводов видов движения нефти:

- одномерного движения нефти по руслу оврага (балки, бывшего ручья и т.п.) произвольного поперечного профиля;

- центрально-симметричного распространения нефти, когда поверхность земли вокруг разрыва МН близка к горизонтальной;

 движения нефти по естественной поверхности земли произвольного профиля, когда детально известен профиль земной поверхности на аварийном участке трассы;

- для осесимметричного распространения нефти по «плоской» наклонной естественной поверхности, когда поверхность аварийного участка близка к плоской и имеет известный уклон.

Рекомендуется использовать данные численные модели:

- при составлении плана ликвидации последствий от аварий;

- при разработке декларации промышленной безопасности;

- при обосновании условий обязательного страхования ответственности владельца магистральных трубопроводов в случае аварии;

- при оценке ореола загрязнения территории к моменту прибытия аварийновосстановительной бригады на аварийный участок трассы;

- при прогнозировании затрат от экологического и других видов ущерба вследствие разрыва магистральных нефтепроводов.

3. Проведенные опытные исследования по определению проницаемости различных образцов снега для ньютоновских нефтей позволили установить, что в инженерных расчетах коэффициент нефтепроницаемости снега может приниматься равным коэффициенту его водопроницаемости, при этом погрешность не превышает 5%.

4. Инженерная методика, разработанная на основе результатов проведенных исследований позволяет проводить как предварительные (на стадии проектирования, при разработке декларации промышленной безопасности, разработке планов по ликвидации аварийных разливов нефти и нефтепродуктов, для подтверждения условий обязательного страхования гражданской ответственности эксплуатирующей трубопроводной организации, для определении критериев количественной оценки возможного ущерба вследствие разлива нефти), так и численные прогнозы возможного аварийного растечения ньютоновской нефти по естественной поверхности при случившихся разрывах магистральных нефтепроводов, когда присутствует снежный покров. Данная методика позволяет:

- оценить площадь загрязненной территории к моменту прибытия аварийновосстановительной бригады на аварийный участок трассы;

- найти время, в течение которого внешний контур нефтяного пятна приблизится к границе определенного охранного объекта;

- вычислить объем нефти, находящийся на загрязненной территории, что позволяет оценить размер утечки, произошедший через повреждение МН;

 провести расчет необходимых сил и средств и более качественно спланировать мероприятия по ликвидации последствий от аварий и снижению экологического и других видов ущерба.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антипьев В.Н. Аварийное истечение нефти из трубопровода при напорном режиме / В.Н. Антипьев, Е.В. Налобина, И.Н. Налобин // Безопасность труда в промышленности. – 2005. – №1. – С.37-41.

2. Антипьев В.Н. Методы определения и прогнозирования потерь нефти при авариях на магистральных нефтепроводах / В.Н. Антипьев, Н.П. Богачев, С.И. Челомбитко // Природные и техногенные системы в нефтегазовой отрасли: Материалы региональной научно-технической конференции. – Тюмень: ТюмГНГУ, 1999. – С. 119-124.

3. Антипьев В.Н. О вычислении объема утечки из нефтепровода в зимнее время / В.Н. Антипьев, Н.П. Богачев, С.И. Челомбитко // Моделирование технологических процессов бурения, добычи и транспортировки нефти и газа на основе современных информационных технологий: Тезисы доклада Всероссийской научнотехнической конференции. – Тюмень: ТюмГНГУ, 1998. – С. 157-158.

4. Антипьев В.Н. Техническая и параметрическая диагностика в трубопроводных системах: учебное пособие / В.Н. Антипьев, Г.В. Бахмат, Ю.Д. Земенков и др.; под общ. ред. Ю.Д. Земенкова. – Тюмень: Вектор Бук, 2002. – 432 с.

5. Алексеев Р.И. Руководство по вычислению и обработке результатов количественного анализа / Р.И. Алексеев, Ю.И. Коровин. – М.: Атомиздат, 1972. – 72 с.

6. Алиев Р.А. Трубопроводный транспорт нефти и газа / Р.А. Алиев, В.Д. Белоусов, А.Г. Немудров и др. – М.: Недра, 1988. – 368 с.

7. Ашмарин И.П. Быстрые методы статистической обработки и планирование экспериментов / И.П. Ашмарин, Н.Н. Васильев, В.А. Амбросов. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1974. – 76 с.

8. Аэров М.Э. Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы / М.Э. Аэров, О.М. Тодес, Д.А. Наринский – Л.: Химия, 1979. – 176 с.

9. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1984. – 211 с.

10. Баренблатт Г. И. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1972. – 288 с.

Басниев К.С. Нефтегазовая гидромеханика / К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев,
 Г.Д. Розенберг. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2003. – 479 с.

12. Богачев Н.П. Разработка инженерных методов прогнозирования распространения нефти при аварии на нефтепроводе в экстремальных условиях: дис. ... канд. техн. наук: 05.15.13 / Богачев Николай Петрович. – Тюмень, 1998. – 122 с.

13. Бородавкин П.П. Охрана окружающей среды при строительстве и эксплуатации магистральных трубопроводов / П.П. Бородавкин, Б.И. Ким. – М.: Недра, 1980. – 160 с.

14. Бураго Н.Г. Вычислительная механика / Н.Г. Бураго. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 271 с.

Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости / Дж. Бэтчелор: пер. с англ. В. П.
 Вахомчика и А. С. Попова, под ред. Г. Ю. Степанова. – М.: Мир, 1973. – 760 с.

16. Васильев Г.Г. Трубопроводный транспорт нефти: учебник для ВУЗов / Г.Г.
Васильев, Г.Е. Коробков, Г.В. А.А. Коршак и др.; под общ. ред. С.М. Вайнштока.
– М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. – Т.2. – 621 с.

17. Войтковский К.Ф. Механические свойства снега / К.Ф. Войтковский. – М.: Недра, 1989. – 336 с.

 Гильманов С.А. Моделирование распространения и накопления жидких сбросов: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.05 / Гильманов Салават Ахатович. – Уфа, 2011. – 106 с.

 Годовой отчет деятельности федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору в 2005 году. – М.: Ростехнадзор, 2006. – 510 с.
 20. Годовой отчет деятельности федеральной службы по экологическому, техно-

логическому и атомному надзору в 2006 году. – М.: Ростехнадзор, 2007. – 508 с.

 Годовой отчет деятельности федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору в 2007 году. – М.: Ростехнадзор, 2008. – 548 с.
 Годовой отчет деятельности федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору в 2009 году. – М.: Ростехнадзор, 2010. – 460 с. 23. Годовой отчет деятельности федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору в 2011 году. – М.: Ростехнадзор, 2012. – 536 с.

24. Годовой отчет деятельности федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору в 2012 году. – М.: Ростехнадзор, 2013. – 398 с.

25. Гиргидов А.Д. Техническая механика жидкости и газа: Учеб. Для вузов / А.Д. Гиргидов. – СПб.: Издательство СПбГТУ, 1999. – 395 с.

26. Грей Д. М. Снег: Справочник / Д.М. Грей, Д.Х. Мэйл. – Л.: Гидрометеоиздат, 1986. – 751 с.

27. Дарман З.И. Водоотдача при снеготаянии / З.И. Дарман // Труды центрального института прогнозов, вып.54. – М.: Гидрометеоиздат, 1957. – С. 62-77.

28. Земенков Ю.Д. Методологическое обеспечение экспертных расчетов утечек и выбросов при трубопроводном транспорте жидких углеводородов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.15.13 / Земенков Юрий Дмитриевич. – Тюмень, 1999. – 382 с.

29. Земенков, Ю.Д. Эксплуатация магистральных нефтепроводов / Ю.Д. Земенков, В.Н. Антипьев, Г.В. Бахмат и др.; под общ. ред. Ю.Д. Земенкова. – Тюмень: Вектор Бук, 2003. – 664 с.

30. Козлитин А.М. Количественный анализ риска возможных разливов нефти и нефтепродуктов / А.М. Козлитин, А.И. Попов, П.А. Козлитин // Управление промышленной и экологической безопасностью производственных объектов на основе риска: Международный научный сборник. – Саратов: СГТУ, 2005. – С. 135-160. 31. Козлов Д.В. Основы гидрофизики: Учебное пособие / Д.В. Козлов. – М.: МГУП, 2004. – 246 с.

32. Козлов М.А. Развитие методов анализа риска аварий на магистральных нефтепроводах на основе моделирования аварийных разливов нефти: дис. ... канд. техн. наук: 25.00.19, 05.26.03 / Козлов Михаил Александрович. – Уфа, 2006. – 124 с.

Коннор Дж. Метод конечных элементов в механике жидкости / Дж. Коннор, К.
 Бреббиа. – Л.: Судостроение, 1979. – 264 с.

34. Константинов Н.М. Гидравлика. Гидрология. Гидрометрия. Часть 2. Специальные вопросы / Н.М. Константинов, Н.А. Петров, Л.И. Высоцкий. – М.: Высшая школа, 1987. – 431 с. 35. Коршак А.А. Основы нефтегазового дела / А.А. Коршак, А.М. Шаммазов. – Уфа: ДизайнПолиграфСервис, 2001. – 544 с.

36. Кузьмин П. П. К методике определения плотности влажного снега / П.П. Кузьмин // Метеорология и гидрология. – 1952 – №10. – С. 17-21.

37. Кузьмин П. П. Методика и результаты исследования снеготаяния / П.П. Кузьмин // Снег и талые воды: Сборник. – М.: АН СССР, 1956. – С. 67-88.

38. Кузьмин П. П. Методика и результаты исследования снеготаяния / П.П. Кузьмин // Снег и талые воды, их изучение и использование: Сборник. – М.: АН СССР, 1956. – С. 27-44.

39. Кузьмин П. П. Физические свойства снежного покрова / П.П. Кузьмин. – Л.: Гидрометеоиздат, 1957. – 183 с.

40. Кузьмин П.П. Формирование снежного покрова и методы определения снегозапасов / П.П. Кузьмин. – Л.: Гидрометеоиздат, 1960. – 214 с.

41. Кутуков С.Е. Технологический и экологический мониторинг систем магистрального транспорта и промыслового сбора нефти: Практика и перспективы совершенствования (на примере АК "ТРАНСНЕФТЬ") / С.Е. Кутуков // Безопасность жизнедеятельности. Приложение к журналу. – 2004. – №8. – С.1-16.

42. Кутуков С.Е. Моделирование динамики аварийного разлива нефти / С.Е. Кутуков, Р.Н. Бахтизин // Проблемы прогнозирования, предотвращения и ликвидации последствий ЧС: Материалы Всероссийской научно-технической конференции. – Уфа: НИИБЖД МЧС РБ, 2000. – С. 155-156.

43. Кучмент Л. С. Чувствительность гидрологических систем / Л.С. Кучмент,
Ю.Г. Мотовилов, Н.А. Назаров. – М.: Наука, 1990. – 144 с.

44. Ларионов В.И. Математическая модель течи продукта при разгерметизации трубопровода / В.И. Ларионов // Сб: научных трудов «Вопросы безопасности объектов нефтегазового комплекса». – М.: ЦИЭКС, 2004.– С. 3-5.

45. Ларионов В.И. Моделирование аварийных разливов нефти на суше с применением ГИС-технологий: Методика / В.И. Ларионов. – Уфа: МНТЦ «БЭСТС», 2004. – 23 с. 46. Ларионов В.И. Моделирование разливов нефти при разгерметизации нефтепроводов / В.И. Ларионов // Сб. научных трудов «Вопросы безопасности объектов нефтегазового комплекса. – М.: ЦИЭКС, 2004.– С.14-21.

47. Ларионов В.И. Обеспечение безопасности объектов нефтегазового комплекса на основе специализированных геоинформационных технологий: дис. ... д-ра техн. наук: 05.26.03 / Ларионов Валерий Иванович. – Уфа, 2004. – 273 с.

48. Ларионов В.И. Расчет параметров течи продукта при разгерметизации трубопровода / В.И. Ларионов // Сб. научных трудов «Вопросы безопасности объектов нефтегазового комплекса. – М.: ЦИЭКС, 2004. – С.5-13.

49. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л.С. Лейбензон. – М. – Л.: ОГИЗ – ГОСТЕХИЗДАТ, 1947. – 244 с.

50. Лисанов М.В. Анализ риска магистральных нефтепроводов при обосновании проектных решений, компенсирующих отступления от действующих требований безопасности / М.В. Лисанов, С.И. Сумской, Е.Л. Шанина // Безопасность труда в промышленности. – 2010. – №3. – С.58-66.

51. Лисанов М.В. Анализ российских и зарубежных данных по аварийности на объектах трубопроводного транспорта/ М.В. Лисанов, А.В. Савина, Д.В. Дегтярев,

Е.А. Самусева // Безопасность труда в промышленности. – 2010. – №7. – С.16-22.

52. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов / Л.Г. Лойцянский. – 7-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

53. Лурье М.В. Об опасном источнике волн гидравлического удара в рельефных нефте-и нефтепродуктопроводах / М.В. Лурье, Л.В. Полянская // Нефтяное хозяйство. – 2000. – №8. – С.66-68.

54. Лятхер В.М. Гидравлические исследования численными методами / В.М. Лятхер, А.М. Милитеев // Водные ресурсы. – 1981. – №3. – С.60-79.

55. Лятхер В.М. Исследования численными методами распространения примеси в неглубоких водоемах / В.М. Лятхер, А.М. Милитеев, В.Н. Яшин // Водные ресурсы. – 1979. – №4. – С.152-161.

56. Лятхер В. М. Расчет наката волн цунами на берега / В.М. Лятхер, А.М. Милитеев, С.Я. Школьников // Изучение цунами в открытом океане. – М.: Наука, 1978. – С. 48-55.

57. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. – М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 628 с.

58. Милитеев А.Н. Разностная схема для решения плановых уравнений мелкой воды / А.Н. Милитеев, М.С. Сладкевич // Деп. в ВИНИТИ. Депонированные рукописи. Вып. 3, 1983.

59. Молочников А.В. Структура снегового покрова / А.В. Молочников // Снег и снежные обвалы в Хибинах: Сборник, вып.1. – М. – Л.: Гидрометеоиздат, 1938. – С. 43-52.

60. Ойя А.Я. Результаты экспериментального исследования снеготаяния в условиях елового леса. / А.Я. Ойя // Труды ГГИ, вып. 59. – Л.: Гидрометеоиздат, 1957. – С. 52-61.

61. Пехович А.И. Основы гидроледотермики / А.И. Пехович. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – 200 с.

62. Полубаринова-Кочина П.Я. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР / П.Я. Полубаринова-Кочина, С.Н. Нумеров, И.А. Чарный, В.М. Ентов и др. – М.: Наука, 1969. – 547 с.

63. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод / П.Я. Полубаринова-Кочина. – М.: Наука, 1977. – 664 с.

64. Постановление Правительства Российской Федерации от 21 августа 2000 г. № 613 «О неотложных мерах по предупреждению и ликвидации аварийных разливов нефти и нефтепродуктов».

65. Постановление Правительства Российской Федерации от 15 апреля 2002 г. № 240 «О порядке организации мероприятий по предупреждению и ликвидации разливов».

66. РД. Методика определения ущерба окружающей природной среде при авариях на магистральных нефтепроводах. – М.: Транспресс, 1996. – 67 с.

67. РД-13.020.00-КТН-110-13. Магистральный трубопроводный транспорт нефти и нефтепродуктов. Защитные сооружения линейной части магистральных нефтепроводов и нефтепродуктопроводов от разливов нефти и нефтепродуктов. – М.: ОАО «Гипротрубопровод», ОАО «АК «Транснефть», 2013. – 41 с.

68. РД-13.020.00-КТН-148-11. Методическое руководство по оценке степени риска аварий на магистральных нефтепроводах и нефтепродуктопроводах. – М.: ОАО «АК «Транснефть», 2011. – 141 с.

69. РД-13.020.40-КТН-003-10. Правила разработки планов по предупреждению и ликвидации разливов нефти и нефтепродуктов на объектах МН. – М.: ОАО «Ги-протрубопровод», ОАО «АК «Транснефть», 2010. – 143 с.

70. РД-13.200.00-КТН-257-10. Система организации работ по предупреждению и ликвидации чрезвычайных ситуаций организаций системы «Транснефть». – М.: ООО «НИИ ТНН», ОАО «АК «Транснефть», 2010. – 194 с.

71. РД-75.180.00-КТН-399-09. Технология освобождения нефтепроводов от нефти и заполнения после окончания ремонтных работ. – М.: ОАО «АК «Транснефть», 2009. – 100 с.

72. РД-153-39.4-114-01. Правила ликвидации аварий и повреждений на магистральных нефтепроводах. – Уфа – М.: ИПТЭР – ОАО «АК «Транснефть», 2001. – 110 с.

73. Рождественский Б. Л. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко. – М.: Наука, 1978. – 687 с.

74. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / П. Роуч: пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

75. Ртищева А. С. Теоретические основы гидравлики и теплотехники: Учебное пособие / А.С. Ртищева. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 171 с.

76. Русанов В.В. Расчет взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями. / В.В. Русанов // Вычислительная математика и математическая физика. – 1961. – Т.1, №2. – С. 267-279.

77. Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский. – 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2005. – 320 с.

78. Скавыш С.А. Метод расчета ореола распространения нефти при разрыве магистрального нефтепровода зимой / С.А. Скавыш // Устойчивое развитие: вопросы экономики, права, экологии, социологии, образования, управления проектами: Сборник научных статей по итогам всероссийской заочной научно-практической конференции, 24-25 января 2013 года, г. Санкт-Петербург. – СПб.: КультИнформПресс, 2013. – С. 174-177.

79. Скавыш С.А. Численное моделирование аварийного движения нефти в снежном покрове. / С.А. Скавыш, С.И. Челомбитко // Известия ВУЗов. Нефть и газ. – 2013. – №4. – С. 87-90.

80. Сумской С.И. О влиянии начальных данных на результаты расчета показателей риска магистральных нефтепроводов / С.И. Сумской // Об опыте декларирования промышленной безопасности и страхования ответственности. Развитие методов оценки риска аварий на опасных производственных объектах: Тезисы докладов по итогам семина. – М.: НТЦ «Промышленная безопасность», 2004. – С. 45-49.

81. Сумской С.И. О расчете объемов разливов опасных жидкостей при авариях на объектах трубопроводного транспорта / С.И. Сумской, А.В. Пчельников, М.В. Лисанов // Безопасность труда в промышленности. – 2006. – №2. – С.48-52.

82. Сулаквелидзе Г. К. Снег и его свойства / Г.К. Сулаквелидзе, А.М. Окуджава // Труды Эльбрусской высокогорной комплексной экспедиции. – 1959. – №1(4). – С. 36-59.

83. Татосов, А.В. Растекание жидкости во влажной пористой среде / А.В. Татосов
// Вестник ТюмГУ. – 2012. – №4. – С. 104-109.

84. Терентьев В.Л. Проблемы определения «выбросов» нефти зимой при авариях на нефтепроводах / В.Л. Терентьев, С.И. Челомбитко // Проблемы эксплуатации транспортных систем в суровых условиях: Материалы международной научно-практической конференции. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2001. – С. 112-114.

85. Терентьев В.Л. О влиянии физико-механических свойств снега на расчет аварийной утечки из магистрального нефтепровода / В.Л. Терентьев, С.И. Челомбит-

ко // Геотехнические и эксплуатационные проблемы нефтегазовой отрасли: Материалы международного семинара. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2002. – С. 167-169.

86. Терентьев В.Л. Разработка методики определения объема разлитой нефти при аварии на магистральном нефтепроводе зимой / В.Л. Терентьев, С.И. Челомбитко // Известия ВУЗов. Нефть и газ. – 2002. – №3. – С. 87-90.

87. Терентьев В.Л. Разработка методики определения объема разлитой нефти при сквозном повреждении стенки нефтепровода зимой: дис. ... канд. техн. наук : 25.00.19 / Терентьев Виталий Леонидович. – Тюмень, 2003. – 135 с.

88. Терентьев В.Л. Экспериментальное изучение нефтенасыщенности снега / В.Л. Терентьев, С.И. Челомбитко // Теплофизика, гидрогазодинамика, теплотехника: Материалы Х-ого межотраслевого семинара. – Тюмень: ТюмГУ, 2002. – С. 42-43.

89. Ушакова Л.А. Особенности метаморфизма и физико-механические свойства мокрого снега / Л. А. Ушакова // Снежный покров в горах и лавины: Сборник. – М.: Наука, 1987. – С.48-57.

90. Хаппель Дж. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса / Дж. Хаппель, Г.
Бреннер. – М.: Мир, 1976. – 631 с.

91. Чаповский Е.Г. Лабораторные работы по грунтоведению и механике грунтов /
Е.Г. Чаповский. – М.: Недра, 1975. – 303 с.

92. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика / И.А. Чарный. – М. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 436 с.

93. Чарный И. А. Подземная гидромеханика / И.А. Чарный. – М.-Л: ОГИЗ, Гостехиздат, 1948. – 196 с.

94. Чекалюк Э.Б. Основы пьезометрии залежей нефти и газа / Э.Б. Чекалюк. – Киев: Госнаучтехиздат Украины, 1961. – 286 с.

95. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта / Э.Б. Чекалюк. – М.: Недра, 1965. – 238 с.

96. Челомбитко С.И. К определению проницаемости снега при фильтрации ньютоновских нефтей / С.И. Челомбитко, С.А. Скавыш // Естественные и технические науки. – 2013. – №4. – С. 156-158.

97. Челомбитко С.И. Математическая модель неизотермической нестационарной фильтрации ньютоновской нефти в снежном покрове / С.И. Челомбитко, С.А. Скавыш // Проблемы функционирования систем транспорта: Материалы всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2012. – С. 389-391.

98. Челомбитко С.И. Математическое моделирование изотермического процесса распространения нефти в снежном покрове при аварии на магистральном нефтепроводе / С.И. Челомбитко, С.А. Скавыш // Актуальные проблемы трубопроводного транспорта Западной Сибири 2012: Сборник трудов по материалам всероссийской научно-практической конференции. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2012. – С. 70-72.

99. Челомбитко С.И. Моделирование тепломассопереноса при аварийном распространении нефти в снежном покрове / С.И. Челомбитко, С.А. Скавыш // Естественные и технические науки. – 2013. – №3. – С. 141-144.

100. Челомбитко С.И. Научные основы определения и прогнозирования безвозвратных потерь нефти при авариях на трубопроводах: дис. ... д-ра техн. наук: 05.15.13 / Челомбитко Сергей Иванович. – Тюмень, 1998. – 239 с.

101. Челомбитко С.И. Прогнозирование масштабов нефтяного загрязнения вследствие разрыва магистрального нефтепровода зимой / С.И. Челомбитко, С.А. Скавыш // Естественные и технические науки. – 2013. – №4. – С. 151-155.

102. Челомбитко С.И. Экспериментально-расчетный метод определения объема разлитой нефти при порыве нефтепровода в зимнее время / С.И. Челомбитко, В.Л. Терентьев // Проблемы эксплуатации транспортных систем в суровых условиях: Материалы международной научно-практической конференции. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2001. – С. 144-146.

103. Школьников С.Я. К вопросу о конструировании консервативных конечноразностных схем для дифференциальных уравнений неустановившегося течения в непризматическом русле / С.Я. Школьников // Гидротехническое строительство. – 1997. – №5. – С. 47-53.

104. Шумайлов А.С. Контроль утечек нефти и нефтепродуктов на магистральных трубопроводах при эксплуатации / А.С. Шумайлов, А.Г. Гумеров, А.С. Джарджиманов // Обзорная информация. – М.: ВНИИОЭНГ, 1981, в.10. – 79 с.

105. Щелкачев, В.Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации: Монография: В 2 ч. / В.Н. Щелкачев. – М.: Нефть и газ, 1995. – 586 с. – Ч. 1.

106. Щелкачев, В.Н. Уточнение вывода основных динамических уравнений теории фильтрации / В.Н. Щелкачев // Известия ВУЗов. Нефть и газ. Баку. – 1961. – №2. – С.87-93.

107. Эккерт Э.Р. Теория тепло- и массообмена / Э.Р. Эккерт, Дрейк Р.М.: пер. с англ. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 680 с.

108. Mackay D. The area affected by oil spills on land / D. Mackay, M. Mohtadi // Canadian Journal of Chemical Engineering. – 1975. – Vol. 53, №2. – pp. 112-116.

109. Raisbeck J. The environmental impacts of oil spills on land in the arctic regions / J. Raisbeck, M. Mohtadi // Water, air and soil pollution. – 1974. – Vol. 3, №2. – pp. 195-208.

110. Shimizu H. Air permeability of deposited snow / H. Shimizu // Low temperature science. – 1970. – Ser. A, Vol. 22. – pp. 1-32.

#### Приложение 1

LLC «Research Institute NT» 625031, c. Tyumen, Scherbakova st., 140 phone/fax (3452) 25-85-97



ООО «НИИ новые технологии» 625031, г.Тюмень, ул.Щербакова, 140 телефон/факс (3452) 25-85-97

#### **УТВЕРЖДАЮ**



AKT

о внедрении результатов кандидатской диссертационной работы Скавыша Сергея Александровича

Комиссия в составе:

председатель – Лямзин А.М.,

члены комиссии: Сергиенко Е.В., Табулова О.С.

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы «Разработка методики прогнозирования аварийного распространения нефти в снежном покрове вследствие порыва магистрального нефтепровода зимой», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, использованы в системе методического и программного обеспечения экспертной и аналитической деятельности ООО «НИИ новые технологии» в области экологической и промышленной безопасности в виде:

- алгоритмов и компьютерной программы математических моделей процесса аварийного движения ньютоновской нефти в снежном покрове при разрыве магистрального трубопровода в зимнее время.

 рекомендаций, позволяющих эксплуатирующим трубопроводным организациям самостоятельно осуществлять прогнозирование последствий аварий на трубопроводном транспорте нефти и нефтепродуктов.

Использование указанных результатов позволяет: проводить многофакторное прогнозирование процесса аварийного распространения ньютоновской нефти по дневной поверхности зимой; оценивать площадь загрязнения местности к моменту прибытия аварийно-восстановительной бригады; оценивать время, за которое поток нефти или нефтепродукта может достигнуть границы важного охранного объекта; прогнозировать затраты от экологического ущерба из-за порыва магистрального нефте-и нефтепродуктопровода зимой; минимизировать экологический ущерб природной окружающей среде; более качественно спланировать мероприятия по ликвидации последствий от аварий.

Лямзин.А.М. Председатель комиссии Члены комиссии: Сергиенко Е.В. Табулова О.С.

106

Приложение 2

Прямоугольный лоток для проведения опытов по сравнению водо-и нефтепроницаемости снежного покрова



Рисунок П2.1 – Прямоугольный лоток для проведения опытов по сравнению водо-и нефтепроницаемости снежного покрова

Результаты предварительных экспериментов по исследованию проницаемости снежного покрова для воды и ньютоновских нефтей

# Таблица П3.1 – Результаты предварительных опытов по изучениию проницаемости снега для воды и ньютоновских нефтей

Жидкость	Коэффициент проницаемости снега для жидкости,									
	$10^{-9} \text{ m}^2$									
Вода	8,97	9,32	9,04	9,43	9,54	9,23	9,29	9,20	9,39	8,53
Зимнее ди-	9,30	9,71	8,84	8,97	9,55	9,11	9,69	9,25	9,01	8,83
зельное										
топливо										
№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Прямоугольный лоток для проведения опытов по проверке адекватности математической модели



Рисунок П4.1 – Прямоугольный лоток для проведения опытов по проверке адекватности математической модели

Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени

Эксперимент 1  $m=0,74; k_n =9,15 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2; v = 6,87 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}; i =0$ 





от времени (неявный метод)



Рисунок П5.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок П5.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)



Рисунок П5.4 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Лакса-Вендроффа)

Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени





Рисунок Пб.1 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (неявный метод)



Рисунок Пб.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок Пб.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)





Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени

Эксперимент 3  $m=0,69; k_n = 8,1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2; v = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}; i = 0,005$ 



Рисунок П7.1 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (неявный метод)



Рисунок П7.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок П7.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)



Рисунок П7.4 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Лакса-Вендроффа)

Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени

Эксперимент 4  $m=0,69; k_n = 8,1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2; v = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}; i = 0$ 



Рисунок П8.1 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (неявный метод)



Рисунок П8.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок П8.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)



Рисунок П8.4 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Лакса-Вендроффа)

Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени

Эксперимент 5  $m=0,67; k_n = 11,8 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2; v = 7,37 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}; i = 0,005$ 



Рисунок П9.1 – Положение «переднего фронта» фильтрационного

потока от времени (неявный метод)



Рисунок П9.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок П9.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)



Рисунок П9.4 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Лакса-Вендроффа)

Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени

Эксперимент 6  $m=0.8; k_n = 9.3 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2; v = 7.63 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}; i = 0$ 



Рисунок П10.1 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (неявный метод)



Рисунок П10.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок П10.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)



Рисунок П10.4 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Лакса-Вендроффа)

Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени





Рисунок П11.1 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (неявный метод)



Рисунок П11.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок П11.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)



Рисунок П11.4 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Лакса-Вендроффа)

Расчетные кривые и экспериментальные данные по положению «переднего фронта» фильтрационного потока модельной жидкости в зависимости от времени





Рисунок П12.1 – Положение «переднего фронта» фильтрационного

потока от времени (неявный метод)



Рисунок П12.2 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Милитеева А.Н. и Сладкевича М.С.)



Рисунок П12.3 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Русанова В.В.)



Рисунок П12.4 – Положение «переднего фронта» фильтрационного потока от времени (явная схема Лакса-Вендроффа)

## Результаты численных расчетов и данных натурных экспериментов по центрально-симметричному распространению дизельного топлива в снежном покрове

## Таблица П13.1 – Параметры проведенных натурных экспериментов 1–3

Параметры	Номер опыта		
	1	2	3
Глубина снега, м	0,03	0,03	0,03
Плотность снега, кг/м <sup>3</sup>	339	339	339
Пористость снега	0,63	0,63	0,63
Коэффициент проницаемости снега, 10 <sup>-9</sup> м <sup>2</sup>	13,05	13,05	13,05
Начальная температура дизельного топлива (ДТ), К	279	289	295
Начальная кинематическая вязкость ДТ, 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с	8,5	4,2	2,7
Температура окружающей среды (снега), К	259	259	259
Кинематическая вязкость ДТ при температуре окружающей	35,4	35,4	35,4
среды (снега), 10 <sup>-6</sup> м <sup>2</sup> /с			
Подача ДТ, 10 <sup>-6</sup> м <sup>3</sup> /с	9,14	9,26	9,26
Продолжительность подачи ДТ, с	766	756	864
Экспериментальный радиус «внутреннего» участка, м	0,02	0,035	0,09
Расчетный радиус «внутреннего» участка, м	0,06	0,09	0,105
Экспериментальный радиус всего пятна, м	0,40	0,46	0,49
Расчетный радиус всего пятна, м	0,42	0,045	0,465
Погрешность вычислений по радиусу всего пятна, %	5	2,22	5,38











127



Рисунок П14.3 – Площадь нефтяного пятна в зависимости от времени



Рисунок П14.4 – Площадь участка с полностью растаявшим снежным покровом в зависимости от времени



Рисунок П14.5 – Площадь «периферийного» загрязненного участка в зависимости от времени